
MATEMATIKA 7
II DALIS

MATEMATIKA 7. II DALIS

LEIDĖJŲ ŽODIS

Mieli septintokai,
jūs pradedate naują matematikos mokymosi vidurinėje mokykloje etapą. Prieš jus vadovėlis, parašytas pagal P. Gudyno ir A. Zabulionio programą laikantis tų pačių tradicijų, kaip ir ankstesnieji vadovėliai „Matematika ir pasaulis“ 5 ir 6 klasei. Čia jūs rasite ir skyrelius „Pasitikrinkite“, ir pažįstamus personažus iš Kvadratijos, Skritulijos ir Trikampijos, ir įdomybių iš matematikos istorijos. Tačiau kartu tai jau kitoks vadovėlis – jame daugiau matematikos ir mažiau linksmybių. Vieniems jis turėtų padėti perprasti matematiką, o kitus paskatinti kopti į jos aukštumas.
Vadovėlis susideda iš dviejų dalių (I dalis – 1–5 skyriai, II dalis – 6–12 skyriai). Kad mokiniai galėtų dirbti savarankiškai, teorinė dalis yra platesnė, pateikta daugiau išspręstų pavyzdžių, bet mažiau pratimų ir užduočių. Kam uždavinių bus per mažai, atskira knygute yra išleistas uždavinynas. Kiekvienoje vadovėlio dalyje pratimai ir užduotys numeruojami iš eilės, išskyrus skyrelius „Pasitikrinkite“, kurių uždaviniai numeruojami atskirai kiekviename skyriuje, o jų atsakymai pateikti kiekvienos dalies gale. Teorijos skyreliuose nuspalvintas klaustukas žymi klausimus, į kuriuos turėtų bandyti atsakyti patys mokiniai. Kaip jau įprasta, sunkesnių užduočių numeriai – nuspalvinti.
Šis vadovėlis yra ilgo ir kruopštaus darbo rezultatas. Daugiau kaip metus autorių kolektyvas, leidyklos specialistai ir konsultantai, eksperimentuojantys mokytojai darė viską, kad jūs išvystumėte kiek galima geresnį ir įdomesnį vadovėlį.
Nuoširdžiai dėkojame visiems, prisidėjusiems prie vadovėlio rengimo.
Prašome savo pastabas, pageidavimus ir patarimus siųsti adresu:
Leidykla TEV, Akademijos g. 4, LT-2021 Vilnius.

Vadovėlį rengė autorių kolektyvas:

***Nijolė Cibulskaitė*, *Kornelija Intienė*, *Aleksandras Plikusas*, *Kazimieras Pulmonas*,**
***Viktorija Sičiūnienė*, *Juozas Šinkūnas*, *Vladas Vitkus*.**

Su eksperimentiniu vadovėliu dirbo mokytojai: *V. Antanavičiūtė*, *R. Biekšienė*, *V. Bartkuvienė*, *A. Demenienė*, *A. Grakauskienė*, *V. Jankevičienė*, *R. Jonaitienė*, *A. Karmanova*, *R. Klasauskienė*, *N. Kriaučiūnienė*, *A. Liegienė*, *L. Papuškienė*, *L. Prialgauskienė*, *O. Simanavičienė*, *J. Skrinskaitė*, *S. Staknienė*, *V. Stoškuvienė*, *A. Šverienė*, *A. Ūsienė*, *R. Veikutytė*, *V. Viniautienė*, *A. Žiulpa*.

MATEMATIKA 7

II DALIS

TEV

VILNIUS 2003

UDK 512/514(075.3)
Ma 615

Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministerijos leista naudoti 1998 06 23, grifo Nr. 216

Darbo vadovas *Valdas Vanagas*

Redaktoriai: *Juozas Mačys, Žydrūnė Stundžienė*

Programinė įranga: *Tadeuš Šeibak, Rolandas Jakštys*

Kompiuterinė grafika: *Edita Tatarinavičiūtė, Dana Valentinavičienė*

Teksto kompiuterinis rinkimas ir maketavimas: *Nijolė Drazdauskienė, Aldona Žalienė*

Kalbos redaktorė *Danutė Giliasevičienė*

Konsultantai: *Marytė Stričkienė, Elmundas Žalys*

Leidyklos TEV interneto svetainė www.tev.lt

ISBN 9986-546-45-1 (2 dalis)
ISBN 9986-546-38-9 (2 dalys)

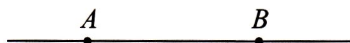
TURINYS

6 DVIEJŲ TIESIŲ LYGIAGRETUMAS



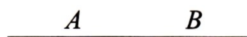
1 Kampai, gauti dvi tieses perkirtus trečiąja

Plokštumoje nubrėžkime tiesę ir pasirinkime joje du taškus A ir B. Šią tiesę galima vadinti tiese AB. Dažnai tiesės žymimos ir vadinamos viena mažąja raide.

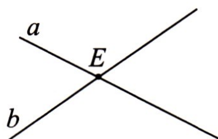


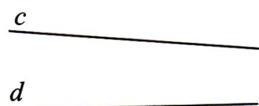


Plokštumoje nubrėžkime dvi tieses. Jos gali kirstis arba būti lygiagrečios.







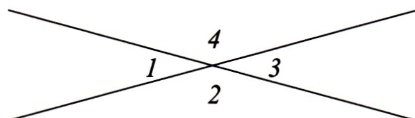


Brėžinyje tiesės AB ir CD yra lygiagrečios, o tiesės a ir b; c ir d yra susikertančios. Tiesės a ir b kertasi taške E, o tiesių c ir d susikirtimo tašką rastume pratęsę jas vaizduojančias atkarpas.

Dvi plokštumos tiesės vadinamos lygiagrečiomis, jeigu jos nesikerta.

Rašome: $AB \parallel CD$; $a \nparallel b$.
Skaitome: tiesė AB lygiagreti tiesei CD; tiesė a nelygiagreti tiesei b.

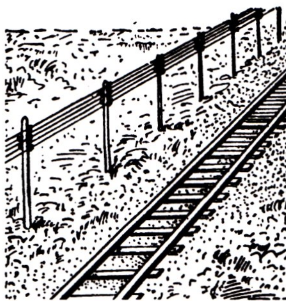
Nelygiagrečios tiesės susikirsdamos sudaro keturis kampus.



? Prisiminkite susikertančių tiesių kampų porų pavadinimus ir savybes.

Kampu tarp susikertančių tiesių laikysime mažesnį iš susidarančių gretutinių kampų.

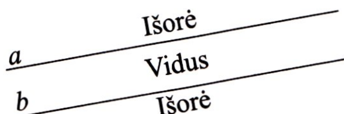
Traukinio bėgiai, tiesios gatvės kraštai yra lygiagrečių tiesių pavyzdžiai realiame gyvenime.





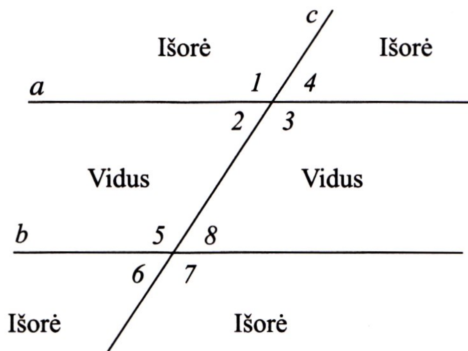
? Pateikite daugiau lygiagrečių tiesių pavyzdžių iš mus supančio pasaulio.

Dvi lygiagrečios tiesės plokštumą dalija į tris dalis. Plokštumos dalis, esanti tarp lygiagrečių tiesių, primena juostą.





Brėžinyje dvi lygiagrečios tiesės a ir b yra perkirstos trečiąja tiese c, kuri vadinama *kirstine*. Gauti aštuoni kampai pažymėti skaičiais.



Tam tikros tų kampų poros (vienas kampas imamas iš vieno kampų ketverto, o kitas kampas – iš kito) turi specialius pavadinimus.

Kampų poros ir jų pavadinimai

Atitinkamieji

Priešiniai

Vidaus

Išorės

Vienašaliai

Vidaus

Išorės

Šių kampų pavadinimus nesunku įsiminti pastebėjus, kad vidaus kampai pažymėti juostos viduje, o išorės kampai – juostos išorėje. Vienašaliai kampai yra vienoje pusėje nuo kirstinės, o priešiniai kampai – skirtingose pusėse nuo kirstinės. Atitinkamieji kampai primena laiptelius: vidinis laiptelis atitinka išorinį laiptelį, ir atvirkščiai.

Tokius pat pavadinimus kartais vartosime ir kampams, gautiems dvi nelygiagrečias tieses perkirtus kirstine.

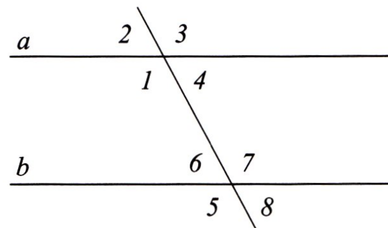
Pratimai ir uždaviniai

1. Pašto indeksas ant voko užrašomas skaitmenimis

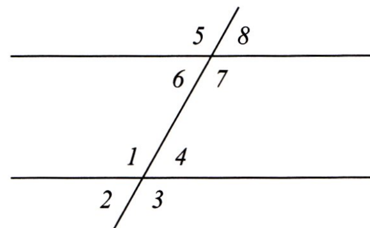
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Kuriuos skaitmenis vaizduojant panaudotos lygiagrečios atkarpos? Nurodykite jas.
Pastaba. Lygiagrečiomis vadiname atkarpas, kurios yra lygiagrečiose tiesėse.

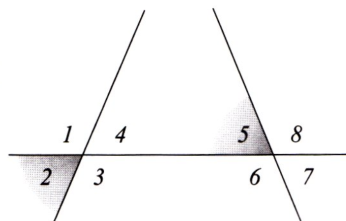
2. Tiesės *a* ir *b* yra lygiagrečios.
Pasakykite:
a) vieną vidaus priešinių kampų porą;
b) vieną išorės vienašalių kampų porą;
c) vieną atitinkamųjų kampų porą.



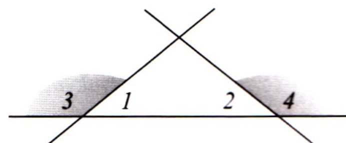
3. Kurie iš kampų porų
3 ir *5*; *2* ir *6*; *1* ir *7*; *4* ir *8*; *2* ir *5*;
1 ir *6*; *3* ir *8*; *1* ir *4*; *6* ir *8* yra:
a) atitinkamieji kampai?
b) vidaus vienašaliai kampai?
c) vidaus priešiniai kampai?



4. Duota: $\angle 2 = \angle 5$, $\angle 7 = 68°$.
Raskite:
a) kampui *3* vidaus priešinio kampo didumą;
b) kampui *8* išorės vienašalio kampo didumą;
c) kampui *8* išorės priešinio kampo didumą;
d) kampui *1* atitinkamojo kampo didumą;
e) vidaus vienašalių kampų *3* ir *6* sumą.

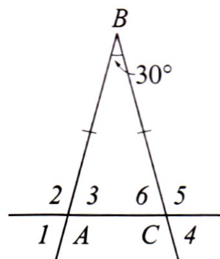


5. Brėžinyje pavaizduotos trys susikertančios tiesės.
a) Į kelias dalis jos dalija plokštumą?
b) $\angle 1 = \angle 2$. Kaip nematuojant įsitikinti, kad $\angle 3 = \angle 4$?

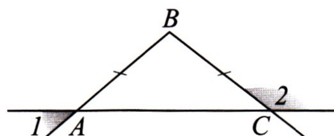


6. Duota: $AB = CB$, $\angle B = 30°$.
Raskite skaitmenimis pažymėtų kampų didumus.

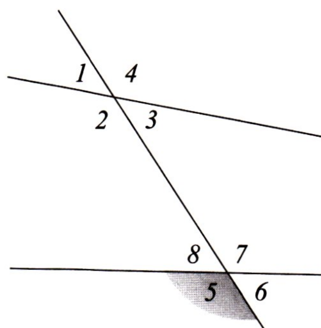
Nurodymas. Lygiašonio trikampio kampai prie pagrindo yra lygūs.



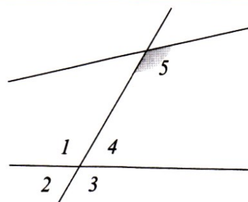
7. Atkarpos AB ir CB yra lygios.
Raskite kampų *1* ir *2* sumą.



8. Duota: $\angle 3 = 49°$, $\angle 5 = 121°$.
Raskite:
a) kampui *5*
1) išorės vienašalio kampo didumą;
2) atitinkamojo kampo didumą;
3) išorės priešinio kampo didumą;
b) vidaus vienašalių kampų *2* ir *8* sumą;
c) vidaus vienašalių kampų *3* ir *7* sumą.



Pavyzdys: $\angle 2 = 60°$.
Raskite kampui *5*:
a) vidaus vienašalio kampo didumą;
b) vidaus priešinio kampo didumą;
c) atitinkamojo kampo didumą.



Sprendimas.

a) Kampas *5* ir kampas *4* yra vidaus vienašaliai kampai. Kadangi $\angle 4$ ir $\angle 2$ yra kryžminiai, tai $\angle 4 = \angle 2 = 60°$.

b) Kampas *5* ir kampas *1* yra vidaus priešiniai kampai. Kadangi $\angle 1$ ir $\angle 2$ yra gretutiniai, tai $\angle 1 = 180° - \angle 2 = 180° - 60° = 120°$.

c) Kampas *5* ir kampas *3* yra atitinkamieji kampai. Kadangi $\angle 3$ ir $\angle 1$ yra kryžminiai, tai $\angle 3 = \angle 1 = 120°$.

Atsakymas. a) 60°; b) 120°; c) 120°.

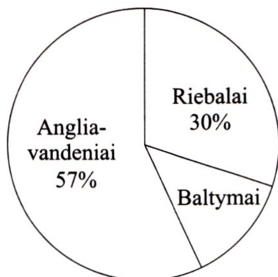
---

9. Nusibraižykite sąsiuvinyje skaičių tiesę, vienam vienetui skirdami penkis langelius. Pažymėkite joje taškus, vaizduojančius skaičius (imdami du skaitmenis po kablelio):

a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{7}$ c) $\sqrt{6}$ d) $\sqrt{8}$ e) $-\sqrt{7}$

f) $-\sqrt{8}$ g) $-\sqrt{10}$ h) $-\sqrt{2}$ i) π j) $-\pi$

10. Pagal gydytojų rekomendacijas paauglys per dieną turėtų gauti 2800 kilokalorijų. Rekomenduojama maisto sudėtis pavaizduota diagramoje.



a) Kiek procentų baltymų turėtų būti paauglio suvalgytuose maisto produktuose?

b) Kiek kilokalorijų turėtų sudaryti riebalai?

c) Kiek kilokalorijų jūs gautumėte suvalgę tokį sūrelį?

Sudėtis:

Varškė, cukrus, riešutai, glaistas: sviestas, cukrus, kakava.

100 g. produkto maistingumas:
Riebalų – 25,2 g.,
Baltymų – 10,5 g.,
Angliavandenių – 24,2 g.

Energetinė vertė kcal (kJ) 363 (1521).
Laikyti -18°C – -20°C temperatūroje, atšildžius laikyti +2°C – +6°C temperatūroje iki 5 dienų.

LV US 0223322-02-98

Glaistytas varškės sūrelis su riešutais

elma

50g

11. Mintinai įvertinkite, ar:

a) už 100 Lt galima nupirkti 49 kg morkų, kurių 1 kg kainuoja 1,9 Lt?

b) užteks 50 Lt užmokėti už 26 litrus A-98 benzino, kurio 1 ℓ kainuoja 2 Lt 15 ct?

c) už 10 Lt galima nupirkti 900 g mėsos, kurios 1 kg kainuoja 11 Lt?

12. Nomeda knygyne perka knygą ir duoda 20 Lt. Pardavėja neturi grąžos ir paprašo Nomedos duoti dar 1 Lt 50 ct, kad galėtų grąžinti 10 Lt. Kiek litų kainuoja knyga?

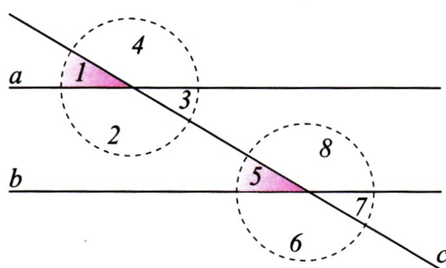
13. Rolandas už $\frac{8}{15}$ savo santaupų pirko vaizdajuostę, o už $\frac{5}{7}$ likusių santaupų – knygą.

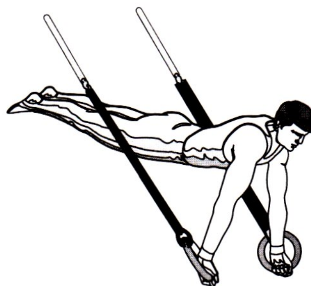
1) Kurią santaupų dalį Rolandas išleido pirkiniams?

2) Kiek kainavo vaizdajuostė ir kiek knyga, jeigu Rolandui dar liko 5 Lt 60 ct?

2 Tiesių lygiagretumo požymiai

Sąsiuvinyje nubrėžkite dvi lygiagrečias tieses ir kirstinę. Gautus kampus pažymėkite skaičiais, kaip parodyta brėžinyje. Matuodami matlankiu, įsitikinkite, kad $\angle 1 = \angle 5$. Šiuos kampus nuspalvinkite, pavyzdžiui, raudonai.





? Kokius dar kampus reikės nuspalvinti raudonai, jeigu lygius kampus sutarsime spalvinti vienoda spalva?

Kadangi $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, $\angle 5 + \angle 6 = 180°$ (gretutiniai kampai), o $\angle 1 = \angle 5$, tai $\angle 2 = \angle 6$. Šiuos kampus nuspalvinkite, pavyzdžiui, žaliai.

? Kodėl žaliai reikia dar nuspalvinti *4* ir *8* kampus?

Pastebime, kad žaliai nuspalvinto kampo ir raudonai nuspalvinto kampo suma lygi 180°.

Iš brėžinio matome, kad:

1) atitinkamieji kampai yra lygūs: $\angle 1 = \angle 5$, $\angle 2 = \angle 6$, $\angle 4 = \angle 8$, $\angle 3 = \angle 7$;
2) priešiniai (vidaus ir išorės) kampai yra lygūs: $\angle 2 = \angle 8$, $\angle 3 = \angle 5$, $\angle 1 = \angle 7$, $\angle 4 = \angle 6$;
3) vienašalių (vidaus ir išorės) kampų sumos lygios 180°: $\angle 2 + \angle 5 = 180°$, $\angle 3 + \angle 8 = 180°$, $\angle 1 + \angle 6 = 180°$, $\angle 4 + \angle 7 = 180°$.

Dvi lygiagrečias tieses perkirtus kirstine:

- *atitinkamieji kampai yra lygūs;*
- *vidaus (išorės) priešiniai kampai yra lygūs;*
- *vidaus (išorės) vienašalių kampų sumos lygios* 180°.

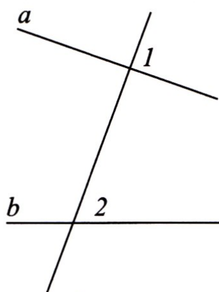
O kaip patikrinti, kad dvi plokštumos tiesės yra lygiagrečios? Vėliau įsitikinsime, kad dvi plokštumos tiesės yra lygiagrečios, jeigu kampai, gauti perkirtus jas trečiąja tiese, pasižymi bent viena iš anksčiau išvardytų savybių. Tiesių lygiagretumui nustatyti remsimės dviejų tiesių lygiagretumo požymiais.

Jeigu kampai, gauti dvi plokštumos tieses perkirtus trečiąja, pasižymi bent viena iš šių savybių:

- *atitinkamieji kampai yra lygūs,*
- *vidaus (išorės) priešiniai kampai yra lygūs,*
- *vidaus (išorės) vienašalių kampų sumos lygios* 180°,

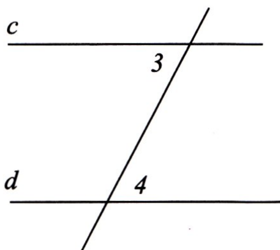
tai tos dvi tiesės yra lygiagrečios.

Pavyzdžiui, nustatykime brėžiniuose pavaizduotų tiesių a ir b; c ir d; m ir n tarpusavio padėtį.



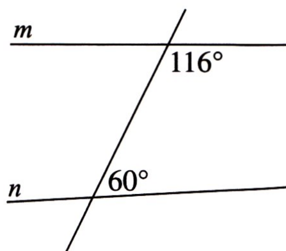
Akivaizdu, kad tiesė a nelygiagreti tiesei b. Tuo galime įsitikinti ir išmatavę bei palyginę atitinkamuosius kampus: $\angle 1 \neq \angle 2$.

$$a \nparallel b$$



Matuodami matlankiu, įsitikiname, kad vidaus priešiniai kampai *3* ir *4* yra lygūs, todėl tiesės c ir d yra lygiagrečios.

$$c \parallel d$$

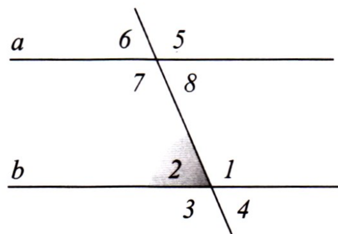


Matome, kad vidaus vienašalių kampų suma nelygi 180° ($116° + 60° = 176°$), todėl tiesės m ir n nėra lygiagrečios.

$$m \nparallel n$$

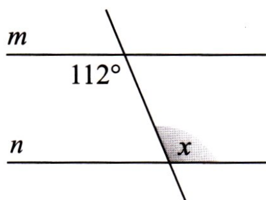
Pratimai ir uždaviniai

14. Tiesės a ir b yra lygiagrečios, o $\angle 2 = 60°$.
Apskaičiuokite kitus skaitmenimis pažymėtus kampus.

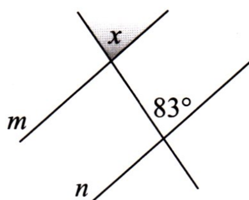


15. Tiesės m ir n yra lygiagrečios. Raskite kampą x.

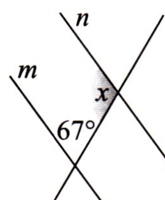
a)



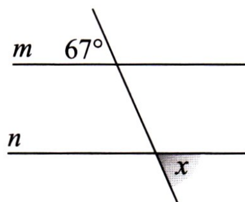
b)



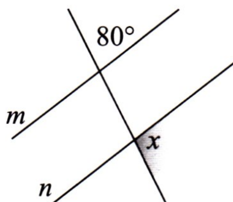
c)



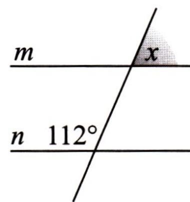
d)



e)

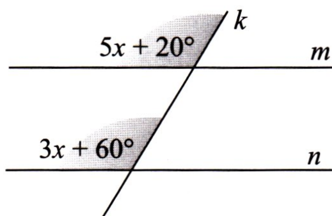


f)

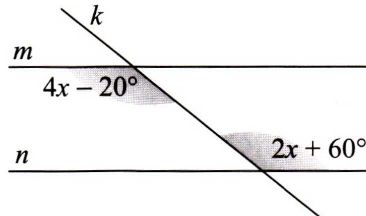


16. Dvi lygiagrečios tiesės m ir n perkirstos kirstine k. Apskaičiuokite pažymėtus kampus.

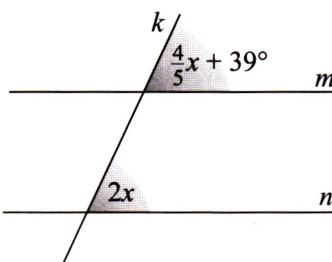
a)



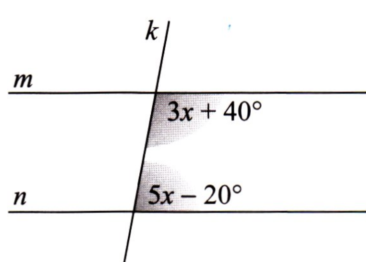
b)



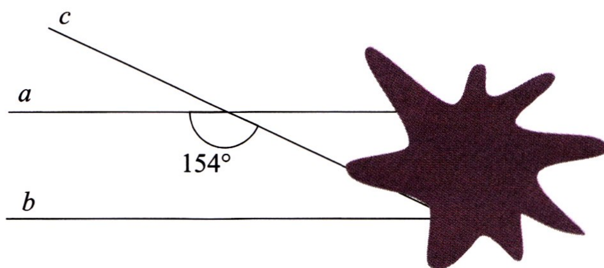
c)



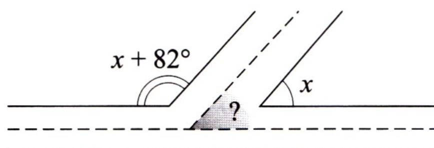
d)



17. Tiesė a yra lygiagreti tiesei b. Apskaičiuokite smailųjį kampą tarp tiesių c ir b.



18. Apskaičiuokite kelių susikirtimo kampą.

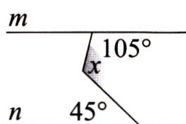


19. Dvi lygiagrečios tiesės perkirstos kirstine. Raskite susidariusius kampus, jeigu:

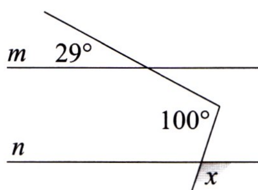
a) dviejų vidaus priešinių kampų suma lygi 74°;
b) dviejų atitinkamųjų kampų suma lygi 168°;
c) vidaus vienašaliai kampai lygūs;
d) vienas vidaus vienašalis kampas 40° didesnis už kitą.

20. Tiesės m ir n yra lygiagrečios. Apskaičiuokite kampą x.

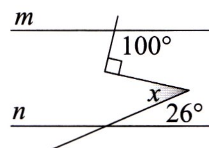
a)



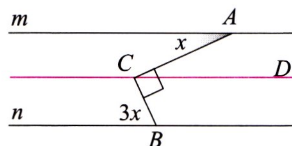
b)



c)



Pavyzdys: Tiesės m ir n yra lygiagrečios. Apskaičiuokite kampą x.



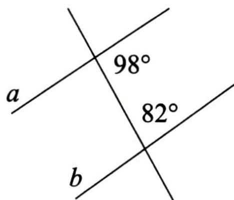
Sprendimas.
Naudodamiesi liniuote ir kampainiu, per tašką C nubrėžiame tiesę CD, lygiagrečią tiesėms m ir n. Tuomet $\angle ACD = x$ ir $\angle DCB = 3x$ (vidaus priešiniai kampai). Kadangi $\angle ACD + \angle DCB = \angle ACB$, tai $x + 3x = 90^\circ$. Iš čia $x = 22{,}5^\circ$.

Atsakymas. $22{,}5^\circ$.

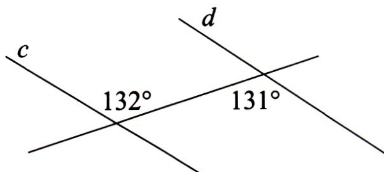
---

21. Ar raidėmis pažymėtos tiesės yra lygiagrečios?

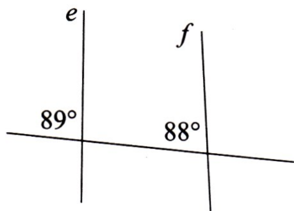
a)



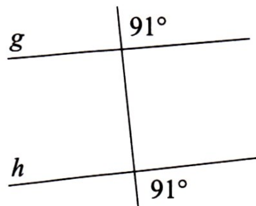
b)



c)

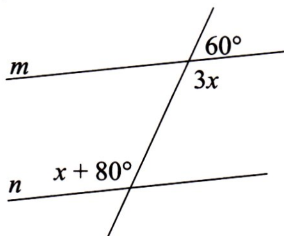


d)

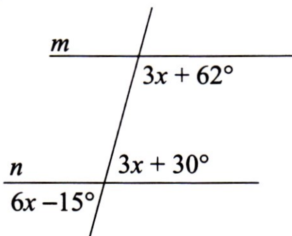


22. Ar tiesės m ir n yra lygiagrečios?

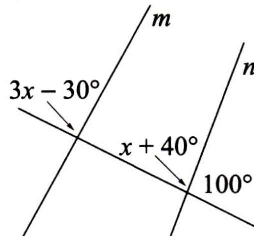
a)



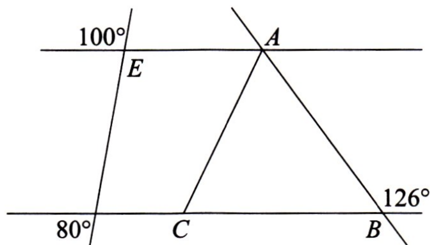
b)



c)



23. Apskaičiuokite trikampio ABC kampus, jei AC yra kampo EAB pusiaukampinė.



24. Apskaičiuokite reiškinio

$$\left(\frac{2}{5}x + \frac{1}{10}\right) \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{10}$$

reikšmę, kai $x = \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$.

25. Apskaičiuokite mintinai

$352{,}48 \cdot 64 + 352{,}48 \cdot 85 - 352{,}48 \cdot 49.$

26. Surašykite skaičius didėjimo tvarka:

a) $-\frac{29}{11}$, $-\frac{48}{11}$, $-\frac{35{,}9}{11}$, $-\frac{9}{11}$, $-\frac{25}{11}$;

b) $\frac{4{,}3}{6}$, $-\frac{50}{13}$, $\frac{8{,}7}{12}$, $\frac{2}{3}$, $-\frac{103}{26}$;

c) $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{9}{14}$, $-\frac{2}{3}$, $-\frac{3}{4}$.

27. Giedrius ir Rolandas – broliai. Giedriaus amžius sudaro $\frac{9}{20}$ tėvo amžiaus, o Rolando amžius – $\frac{2}{5}$ tėvo amžiaus. Kuris berniukas vyresnis?

28. $\frac{3}{5}$ skaičiaus a sudėjus su $\frac{3}{4}$ to paties skaičiaus, gauta 54. Raskite skaičių a.

29. Švedijos mokslininkų duomenimis, kasmet į Baltiją patenka apie 50 000 tonų naftos, 309 000 tonų nitratų, 25 825 tonos fosforo. Parašykite šiuos skaičius kilogramais standartine išraiška.

30. Klaipėdoje 1981 m. tanklaivio avarijos metu išsiliejo apie 16,5 tūkstančio tonų mazuto. Išreikškite šį skaičių kilogramais ir parašykite jį standartine išraiška.

31. a) Apskaičiuokite kampą ABC.

b) Kodėl $\angle 1 = \angle 2$? Apskaičiuokite kampą *1*.

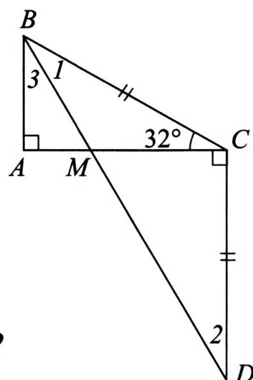
c) Apskaičiuokite kampą *3*.

d) Ką galite pasakyti apie atkarpą BM?

e) Remdamiesi gautuoju rezultatu, aprašykite, kaip galima nubrėžti stačiojo trikampio kampo ABC pusiaukampinę.

f) Nubrėžkite kampo ACB pusiaukampinę.

g) Kaip, neskaičiuojant kampų *1* ir *3* didumų, įsitikinti, kad BD yra kampo ABC pusiaukampinė?



3 Lygiagrečių tiesių brėžimas

Projektuojant įvairius statinius, sudarinėjant planus ir žemėlapius dažnai tenka braižyti lygiagrečias tieses. Jos brėžiamos naudojantis įvairiais brėžimo įrankiais: liniuote, kampainiu, matlankiu ir skriestuvu.

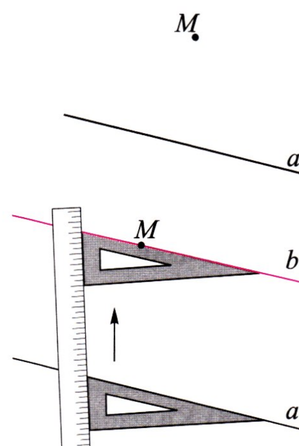
? Nubrėžkite dvi lygiagrečias tieses, naudodamiesi liniuote ir kampainiu.

O kaip nubrėžti tiesę b, lygiagrečią duotajai tiesei a ir einančiai per duotąjį tašką M?

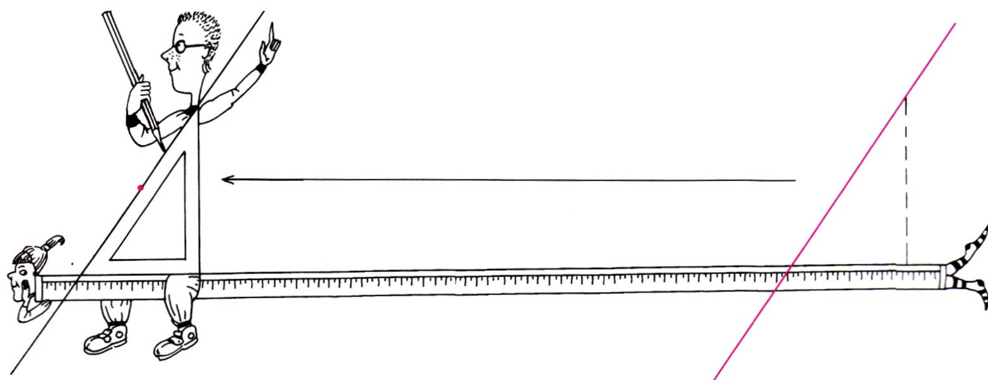
Panagrinėsime tris skirtingus brėžimo būdus.

1. Braižydami naudokimės liniuote ir kampainiu.

- Padėkime kampainį taip, kad jo įžambinė būtų tiesėje a. Prie kampainio statinio pridėkime liniuotę, kaip parodyta brėžinyje.
- Nepajudinę liniuotės, kampainį stumkime tol, kol jo įžambinė pasieks tašką M.
- Per kampainio įžambinę brėžkime tiesę b.

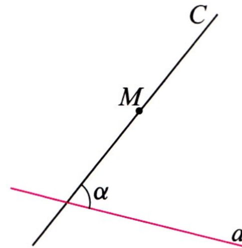


? Paaiškinkite, kodėl tiesė b yra lygiagreti tiesei a.

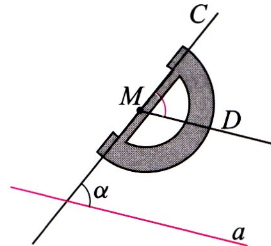


2. Braižydami naudokimės liniuote ir matlankiu.

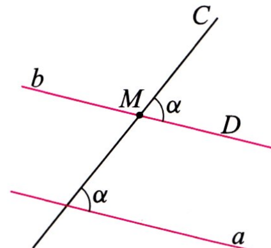
- Per tašką M brėžkime tiesę CM, kertančią tiesę a. Tiesių susikirtimo kampą pažymėkime α, kaip parodyta brėžinyje, ir jį išmatuokime matlankiu.



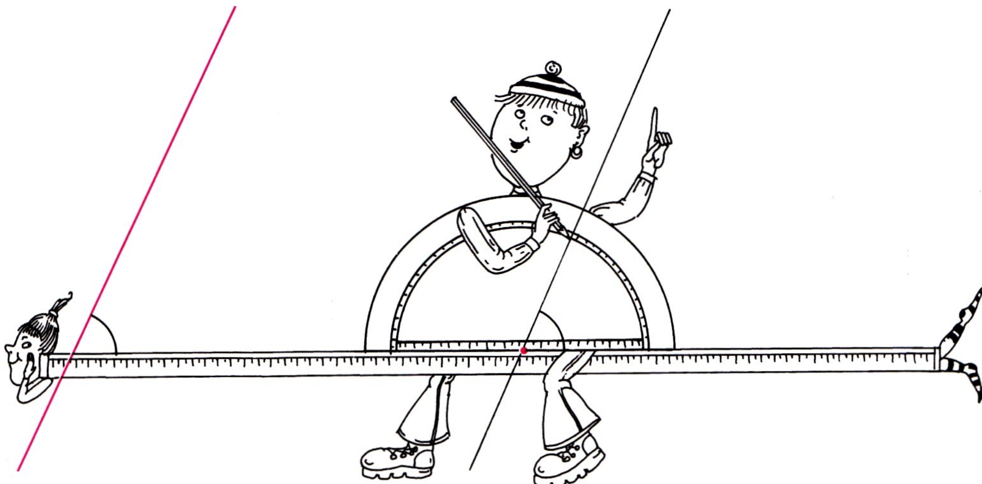
- Naudodamiesi matlankiu ir liniuote, nubrėžkime kampą CMD, lygų kampui α.



- Per kampo CMD kraštinę MD brėžkime tiesę b.

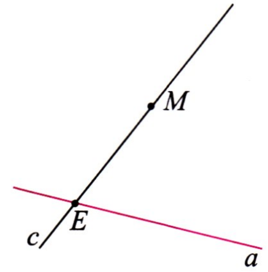


? Paaiškinkite, kodėl tiesė b yra lygiagreti tiesei a.

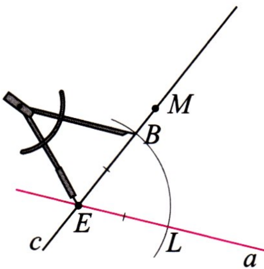


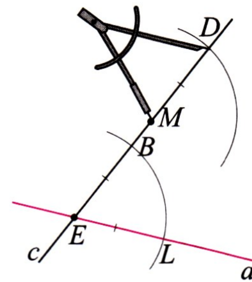
3. Braižydami naudokimės liniuote ir skriestuvu.

- Per tašką M brėžkime tiesę c, kertančią tiesę a. Tiesių susikirtimo tašką pažymėkime E.

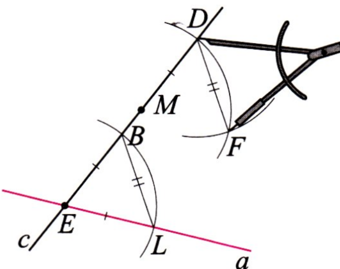


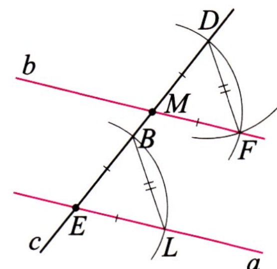
- Iš taško E bet kokiu spinduliu brėžkime apskritimo lanką. Apskritimo lankas kerta tiesę c taške B, o tiesę a – taške L. Atkarpos EB ir EL yra lygios (paaiškinkite, kodėl). Iš taško M spinduliu EB brėžkime lankelį, kuris kerta tiesę c taške D.





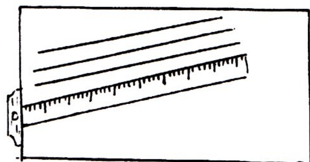
- Skriestuvu išmatuokime atstumą BL. Iš taško D spinduliu BL brėžkime lankelį. Lankelių susikirtimo tašką pažymėkime F. Per taškus M ir F brėžkime tiesę b.

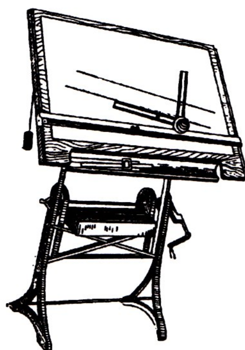


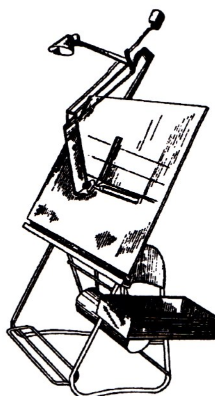


Tiesė b yra lygiagreti tiesei a, nes $\triangle BEL = \triangle DMF$ (pagal tris kraštines). Todėl $\angle BEL = \angle DMF$ ir, pagal tiesių lygiagretumo požymį, $b \parallel a$.

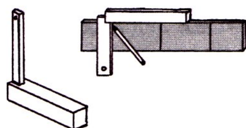
Braižytojai lygiagrečias tieses braižo reišinomis. Paveiksle pavaizduotos kelių rūšių reišinos.

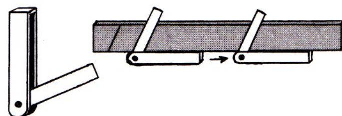


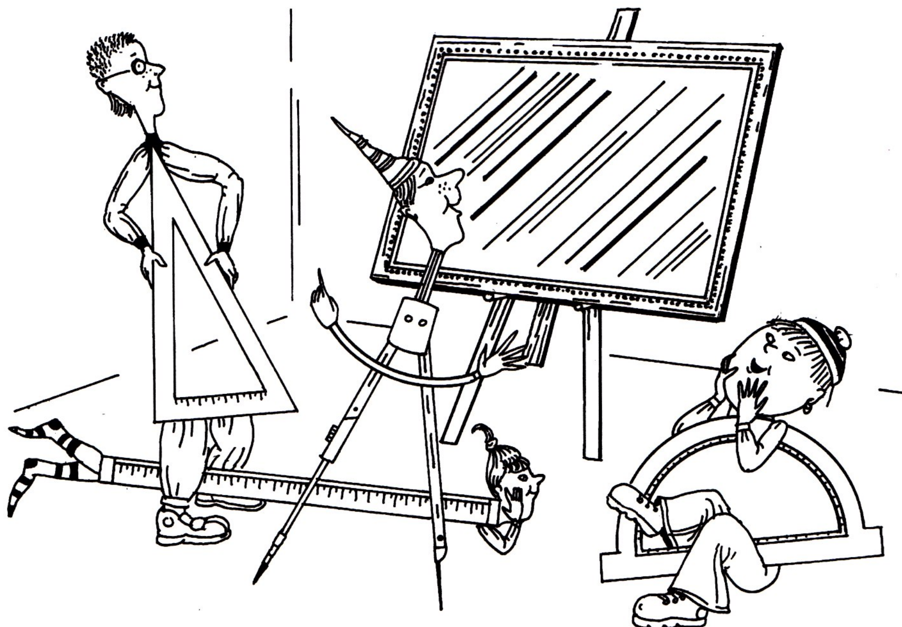




Dailidės lygiagrečias tieses braižo kampainiais.



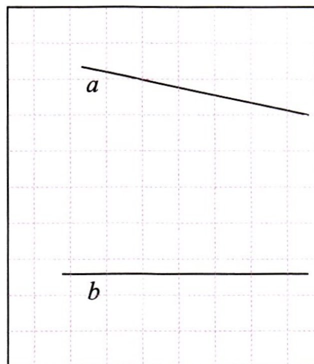




Pratimai ir uždaviniai

32. Per trikampio ABC viršūnę nubrėžkite tiesę, lygiagrečią tiesei BC, naudodamiesi:
a) liniuote ir kampainiu; b) liniuote ir matlankiu; c) liniuote ir skriestuvu.

33. Popieriaus lape pavaizduotos dvi tiesės a ir b, kurių susikirtimo taškas yra už lapo. Kaip išmatuoti kampą tarp tiesių, neišeinant už lapo ribų?

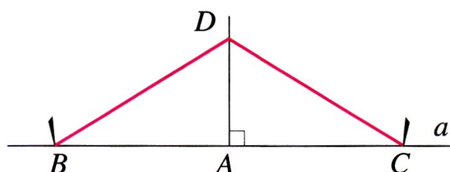


34. Nubraižykite trikampį ABC, kurio $\angle A = 60°$, o $\angle B = 70°$. Trikampio kraštinėje AB pažymėkite tašką D. Per tašką D su kampainiu ir liniuote nubrėžkite tieses, atitinkamai lygiagrečias kitoms dviem trikampio kraštinėms. Apskaičiuokite kampą tarp nubrėžtų tiesių.

35. Nubraižykite trikampį ABC, kurio $\angle A = 50°$, $\angle B = 65°$. Su matlankiu ir liniuote nubrėžkite tokią tiesę BD, kad spindulys BC būtų kampo ABD pusiaukampinė. Ar tiesės BD ir AC lygiagrečios? Kodėl?

36. Nubraižykite lygiakraštį trikampį ABC ir tiesę a, kuri kerta kraštinę AB $35°$ kampu. Apskaičiuokite, kokius kampus tiesė a sudaro su tiesėmis AC ir BC.

37. *Praktinė užduotis.* Kaip iš taško A priklausančio tiesei a iškelti jai statmenį, naudojantis virvute?
Vienodu atstumu nuo taško A tiesėje a įkalami du kuoliukai B ir C. Imama virvutė, ilgesnė už atstumą BC, ir pažymimas jos vidurio taškas. Virvutės galai pririšami prie kuoliukų, ir ji ištempiama paėmus už vidurio taško. Tašką, kuriame yra virvės vidurys, pažymime D. AD yra statmuo tiesei a. Pagrįskite.



38. Nubrėžkite dvi lygiagrečias tieses a ir b bei jų kirstinę c. Naudodamiesi matlankiu ir liniuote, nubrėžkite:

a) Dviejų atitinkamųjų kampų pusiaukampines. Ar nubrėžtos pusiaukampinės yra lygiagrečios? Kodėl?

b) Dviejų vidaus vienašalių kampų pusiaukampines. Apskaičiuokite kampą tarp jų. Kokią galite padaryti išvadą?

39. Ūkininko rugiai užėmė $\frac{4}{5}$ trijų vienodos talpos aruodų. $\frac{1}{4}$ rugių derliaus ūkininkas pardavė. Ar likusieji rugiai tilps į du aruodus?

40. Žemės pusiaujo ilgis 40 000 km. Jūrmylė sudaro 1 minutę pusiaujo lanko. Apskaičiuokite, kiek metrų yra jūrmylėje.

41. Garvežio didžiojo rato skersmuo 1,5 m. Ratas per 1 minutę apsisuka 250 kartų. Kokį atstumą garvežys nuvažiuoja per 2,5 valandos?

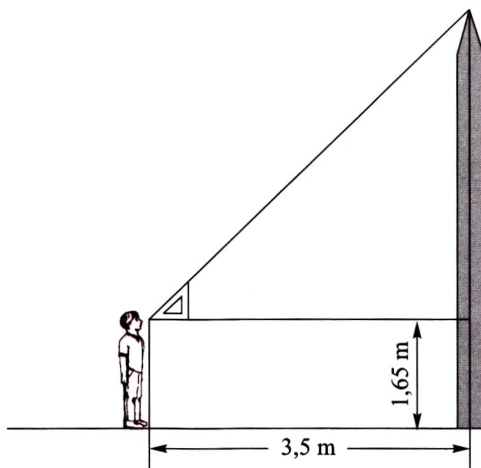
42. Lygiašonio trikampio perimetras yra 27 cm, o šoninė kraštinė 6 cm ilgesnė už pagrindą. Apskaičiuokite trikampio kraštines.

43. Kubas, kurio briauna 10 cm, supjaustytas į 8 lygius kubelius.

a) Apskaičiuokite vieno kubelio tūrį ir paviršiaus plotą.

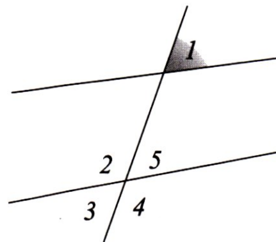
b) Kubeliai sudėti į vieną liniją. Apskaičiuokite gauto gretasienio paviršiaus plotą.

44. Kampainio smailusis kampas lygus 45°. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite obelisko aukštį.

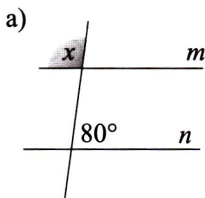


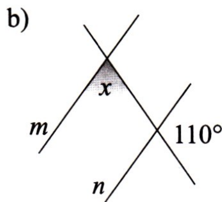
Pasitikrinkite

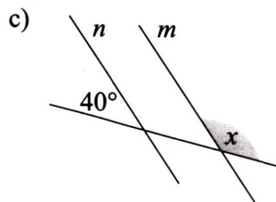
1. Brėžinyje $\angle 2 = 120°$.
Apskaičiuokite kampui *1*:
a) išorės vienašalio kampo didumą;
b) atitinkamojo kampo didumą;
c) išorės priešinio kampo didumą.



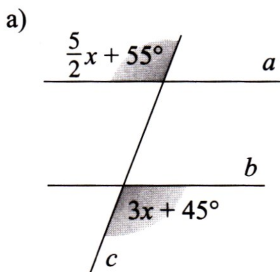
2. Brėžinyje $m \parallel n$. Apskaičiuokite kampą x.

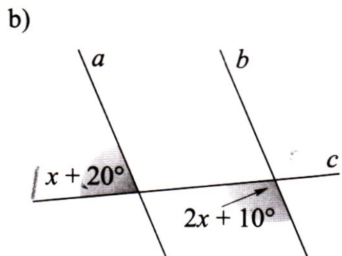
a)


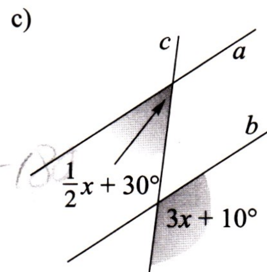
b)


c)


3. Tiesės a ir b yra lygiagrečios, o c – kirstinė. Apskaičiuokite pažymėtų kampų didumus.

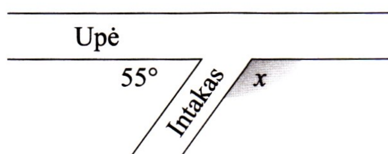
a)


b)


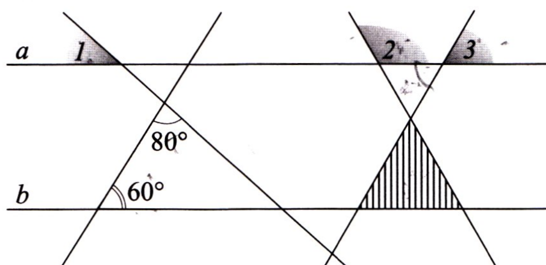
c)


4. Dvi lygiagrečios tiesės perkirstos trečiąja. Apskaičiuokite aštuonis susidariusius kampus, jeigu:
a) dviejų susidariusių kampų suma lygi 94°;
b) vienas iš susidariusiųjų kampų 3,5 karto didesnis už kitą kampą.

5. Laikykime, kad ir upės, ir intako krantai lygiagretūs.
Apskaičiuokite kampą x.

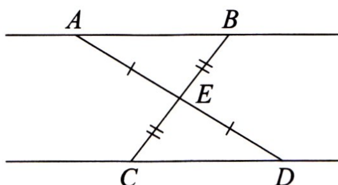


6. Tiesės a ir b yra lygiagrečios, o užbrūkšniuotas trikampis yra lygiakraštis. Apskaičiuokite kampų 1, 2 ir 3 didumus.

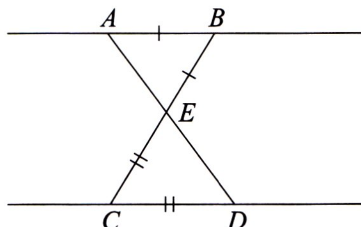


7. Tiesės AD ir BC kertasi taške E. Ar lygiagrečios tiesės AB ir CD? Atsakymą pagrįskite.

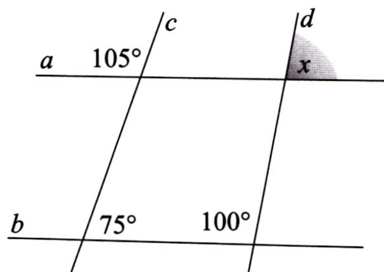
a)



b)



8. a) Ar tiesės a ir b yra lygiagrečios? Atsakymą pagrįskite.
b) Ar tiesės c ir d yra lygiagrečios? Atsakymą pagrįskite.
c) Apskaičiuokite kampą x.



9. Nubraižykite kampą ABC, lygų 90°, ir jo pusiaukampinę. Pusiaukampinėje pažymėkite tašką D ir per jį išveskite tiesę, lygiagrečią tiesei BC. Apskaičiuokite gautojo trikampio kampus.

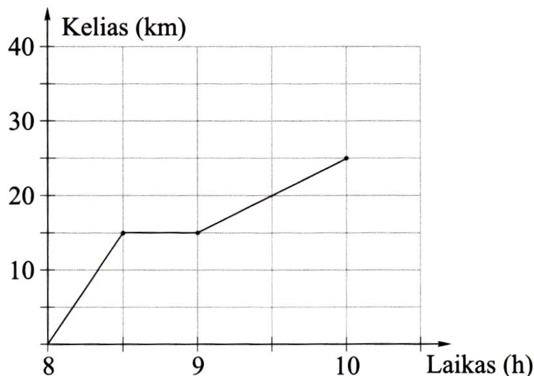
10. Trikampio ABC kampo C pusiaukampinė kerta kraštinę AB taške M. Tiesė, einanti per M ir lygiagreti tiesei CB, kerta kraštinę AC taške E. Apskaičiuokite atkarpos EC ilgį, jeigu $ME = 2$ cm.

11. Apskaičiuokite:

a) $\frac{6-10}{6-15+8-7}$; b) $6 \cdot (-8) - 2 \cdot (-6)^2 + 24 : (-2)$.

12. Pagal brėžinyje pavaizduotą dviratininko judėjimo grafiką raskite:

a) kiek kilometrų nuvažiavo dviratininkas;
b) kiek laiko dviratininkas ilsėjosi;
c) kiek kilometrų nuvažiavo dviratininkas per paskutinį pusvalandį;
d) kokiu didžiausiu greičiu važiavo dviratininkas;
e) kurioje kelio atkarpoje dviratininkas važiavo lėčiausiai.



13. Raskite valties savąjį greitį ir upės tėkmės greitį, jeigu valtis prieš srovę per valandą nuplaukia 20 km, o pasroviui – 27 km.

14. Išspręskite lygtį:

a) $\frac{x}{3} = 4$; b) $0{,}5 + 2x = 3x + 1{,}5$.

15. Jeigu sugalvotą skaičių padaugintume iš 3, o gautą rezultatą padidintume 5 vienetais, tai gautume 29. Koks sugalvotas skaičius?

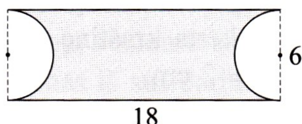
16. Yra x monetų po 20 centų ir $x+6$ monetos po 5 centus. Kuris iš reiškinių nurodo visų monetų vertę centais?

A $25x + 6$ **B** $21x + 50$ **C** $25x + 30$ **D** $2x + 6$ **E** $55x$

17. Suprastinkite reiškinį ir apskaičiuokite jo reikšmę, kai $x = -7\frac{1}{6}$.

a) $5(x + 3) - (x - 3) - x$;
b) $(x - 1) \cdot 5 + 2(3 - x) - 6x$.

18. Pagal brėžinio duomenis raskite plokštelės perimetrą ir plotą.



19. Ant smulkaus cukraus maišelio parašyta: „Neto 1 kg ± 1,5%“.

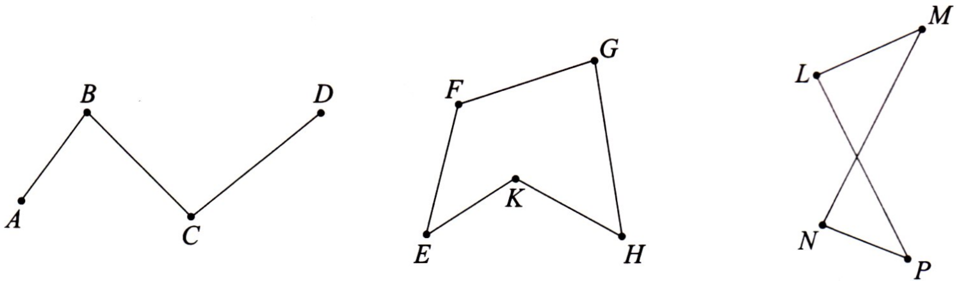
a) Ką tai reiškia?
b) Kiek mažiausia ir kiek daugiausia gramų cukraus gali būti maišelyje?

7 KETURKAMPIAI



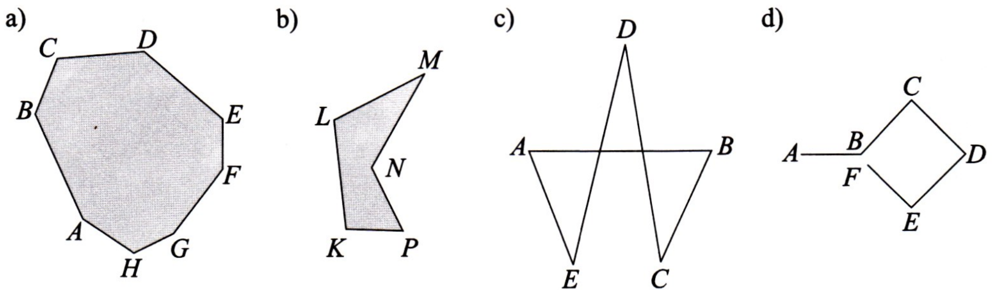
1 Daugiakampiai

Brėžinyje pavaizduotos trys plokštumos laužtės.



Pirmoji laužtė sudaryta iš atkarpų AB, BC ir CD. Antroji laužtė – iš atkarpų EF, FG, GH, HK ir KE. Šios laužtės pradžia ir galas sutampa. Laužtės, kurių pradžia ir galas sutampa, vadinamos *uždarosiomis*. Trečioji laužtė taip pat uždara, bet ši laužtė kerta pati save, t. y. jos negretimos atkarpos MN ir LP turi bendrą tašką.

Plokštumos dalis, apribota uždarąja savęs nekertančia laužte, vadinama daugiãkampiu.



Brėžiniuose a) ir b) pavaizduoti daugiakampiai $ABCDEFGH$ ir $KLMNP$. Brėžiniuose c) ir d) pavaizduotos figūros nėra daugiakampiai, nes c) atveju laužtė kerta pati save, o d) atveju laužtė nėra uždara.

Daugiakampyje $ABCDE\ldots$ taškai A, B, C, D, E, ... vadinami daugiakampio *viršūnėmis*, o atkarpos AB, BC, CD, DE, ... – *daugiakampio kraštinėmis*.

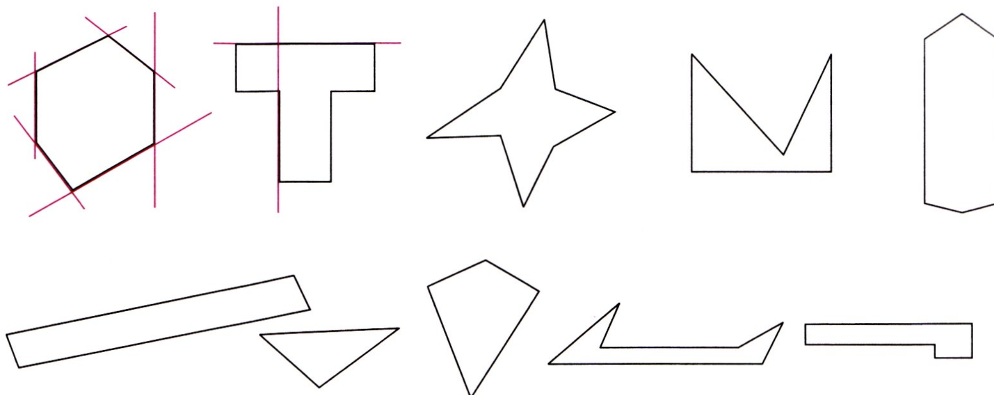
Daugiakampio viršūnės, priklausančios vienai kraštinei, vadinamos *gretimomis*.

Atkarpa, jungianti dvi *negretimas* viršūnes, vadinama *daugiakampio įstrižaine*.

Daugiakampis, turintis n viršūnių, vadinamas *n-kampiu*.

? Kiek viršūnių ir kiek įstrižainių turi brėžinyje a) pavaizduotas daugiakampis?

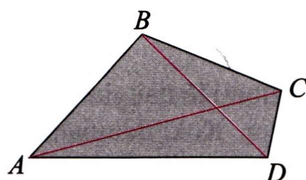
Iškiluoju daugiakampiu vadinamas daugiakampis, kuris yra kiekvienos tiesės, nubrėžtos per daugiakampio kiekvieną kraštinę, vienoje pusėje.



? Kurie pavaizduoti daugiakampiai yra iškilieji, o kurie nėra iškilieji?

Jau anksčiau susipažinome su kai kuriais daugiakampiais. Šiame skyriuje plačiau panagrinėsime iškiliuosius keturkampius.

Daugiakampis, turintis 4 viršūnes, vadinamas *keturkampiu*.
Keturkampis turi 4 kraštines, 4 kampus ir dvi įstrižaines. Dvi negretimos keturkampio kraštinės vadinamos *priešingomis*. Dvi negretimos keturkampio viršūnės irgi vadinamos *priešingomis*.



Priešingos kaštinės: AB ir CD; AD ir BC.
Priešingi kampai: A ir C; B ir D.
Įstrižainės: AC ir BD.

Iškiliuosius keturkampius patogu skirstyti į grupes pagal lygiagrečių kraštinių poras:

1. Keturkampiai, turintys po dvi lygiagrečių kraštinių poras;
2. Keturkampiai, turintys tik po vieną lygiagrečių kraštinių porą;
3. Keturkampiai, neturintys lygiagrečių kraštinių.

Pratimai ir uždaviniai

45. Nubraižykite bet kokius keturkampį ir penkiakampį. Išmatuokite jų kraštinių ilgius ir apskaičiuokite perimetrus.

46. Nubraižykite po vieną iškiląjį ir neiškiląjį penkiakampį, šešiakampį ir septynkampį.

47. Ar gali būti neiškilasis trikampis? Kiek mažiausiai kraštinių gali turėti neiškilasis daugiakampis?

48. a) Ar galima iš 4 lygių pagaliukų sudėlioti neiškiląjį keturkampį?
b) Ar galima iš 5 lygių pagaliukų sudėlioti neiškiląjį penkiakampį?

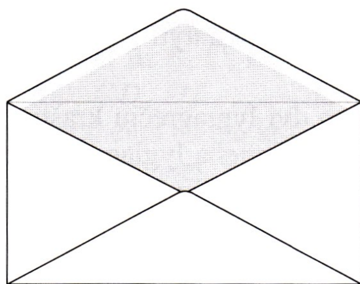
49. Kokį daugiakampį gausime, nupjovę trikampio, iškilojo keturkampio, iškilojo penkiakampio kampus?

50. Nubraižykite iškiląjį penkiakampį ir šešiakampį. Iš vienos jų viršūnės nubrėžkite visas įstrižaines. Į kiek trikampių įstrižainės padalijo penkiakampį? šešiakampį? Į kiek trikampių padalytų iškiląjį 100-kampį visos įstrižainės, išeinančios iš vienos jo viršūnės?

51. a) Nubraižykite iškiluosius penkiakampį ir šešiakampį. Nubraižykite visas jų įstrižaines ir jas suskaičiuokite.
b) Kiek įstrižainių turi iškilasis 100-kampis?

52. Nubraižykite tokį keturkampį, kurį viena tiese galima būtų padalyti į:
a) tris trikampius;
b) trikampį ir penkiakampį;
c) du trikampius ir šešiakampį.

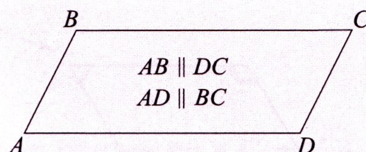
53. a) Julija nubraižė daugiakampį. Julijos sesuo Rita nubraižė daugiakampį, turintį dviem įstrižainėmis mažiau, ir gavo trikampį. Kokį daugiakampį nubraižė Julija?
b) Marytė nubraižė daugiakampį, turintį penkias įstrižaines. Ar galima nubraižyti daugiakampį, turintį dviem įstrižainėmis daugiau?



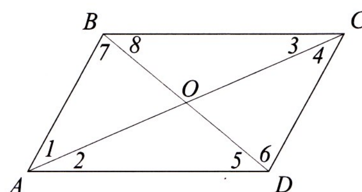
2 Lygiagretainis ir jo savybės

Nagrinėsime iškiluosius keturkampius, turinčius po dvi lygiagrečių kraštinių poras.

Lygiagretainiu vadinamas keturkampis, kurio priešingosios kraštinės yra lygiagrečios.

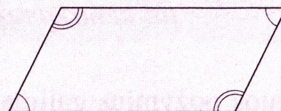


Persibraižykite į sąsiuvinį lygiagretainį $ABCD$ ir atlikite užduotis.



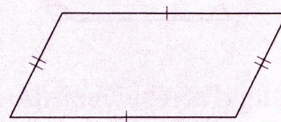
1 užduotis. Išvardykite skaičiais pažymėtų lygių kampų poras. Atsakymą pagrįskite. Kodėl $\angle A = \angle C$, o $\angle B = \angle D$?

Lygiagretainio priešingieji kampai yra lygūs.



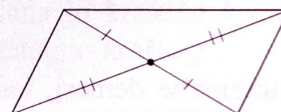
2 užduotis. Palyginkite trikampius ABC ir CDA. Kodėl jie lygūs? Kurios jų kraštinės lygios?

Lygiagretainio priešingosios kraštinės yra lygios.

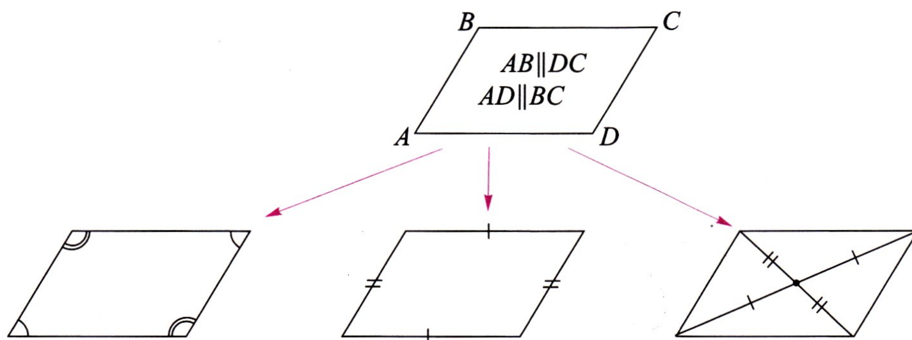


3 užduotis. Palyginkite trikampius AOB ir COD. Kodėl jie lygūs? Kurios jų kraštinės lygios?

Lygiagretainio įstrižainių susikirtimo taškas kiekvieną įstrižainę dalija pusiau.



Lygiagretainio savybes pavaizduokime schema.



O kaip atpažinti, kad keturkampis yra lygiagretainis?

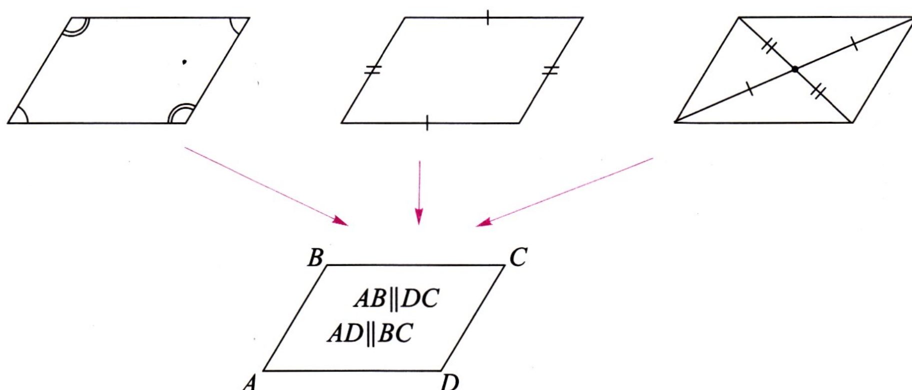
Nesunku įsitikinti, kad teisingi tokie lygiagretainio požymiai:

Jeigu keturkampis pasižymi bent viena iš šių savybių:

- *priešingieji kampai yra lygūs,*
- *priešingosios kraštinės yra lygios,*
- *įstrižainių susikirtimo taškas kiekvieną jų dalija pusiau,*

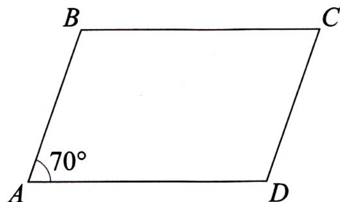
tai keturkampis yra lygiagretainis.

Šiuos požymius galima pavaizduoti tokia schema.



Atkreipkite dėmesį, kad šioje schemoje rodyklės nukreiptos į priešingą pusę negu viršutinėje schemoje.

UŽDAVINYS. Lygiagretainio $ABCD$ kampas A lygus $70°$. Apskaičiuokite kitus lygiagretainio kampus.



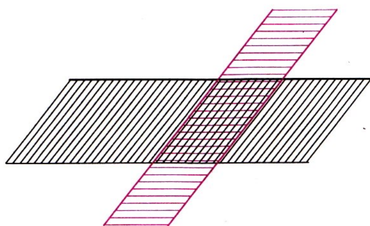
Sprendimas.

Kadangi $\angle A$ ir $\angle C$ yra priešingieji lygiagretainio kampai, tai $\angle C = \angle A = 70°$. Kadangi $\angle A$ ir $\angle D$ yra vidaus vienašaliai kampai ($AB \parallel DC$, AD – kirstinė), tai $\angle A + \angle D = 180°$ ir $\angle D = 180° - \angle A = 180° - 70° = 110°$. Kadangi $\angle B$ ir $\angle D$ yra priešingieji lygiagretainio kampai, tai $\angle B = \angle D = 110°$.

Atsakymas. $\angle B = \angle D = 110°$, $\angle C = 70°$.

Pratimai ir uždaviniai

54. Dviejų susikertančių juostų bendra dalis visuomet yra lygiagretainis. Kodėl?



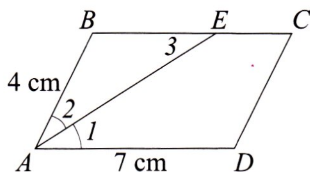
55. a) Lygiagretainio kraštinės lygios 4 cm ir 7 cm. Apskaičiuokite lygiagretainio perimetrą.

b) Lygiagretainio perimetras lygus 46 cm. Viena jo kraštinė 5 cm ilgesnė už kitą. Apskaičiuokite lygiagretainio kraštines.

c) Lygiagretainio perimetras lygus 54 cm. Viena jo kraštinė 20% trumpesnė už kitą. Apskaičiuokite lygiagretainio kraštines.

d) Lygiagretainio perimetras lygus 21 mm. Viena jo kraštinė 5 kartus ilgesnė už kitą. Raskite trumpesniąją lygiagretainio kraštinę.

56. Lygiagretainio kraštinių ilgiai 4 cm ir 7 cm, $\angle 1 = \angle 2$.

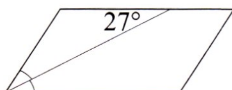


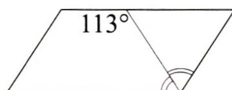
a) Palyginkite kampus *1* ir *3*.
b) Kodėl $\triangle ABE$ yra lygiašonis?
c) Į kokio ilgio atkarpas kampo A pusiaukampinė AE dalija kraštinę BC?

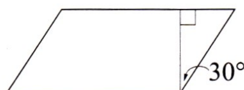
57. Lygiagretainio smailiojo kampo pusiaukampinė dalija priešingą kraštinę į 2 cm ir 5 cm dalis. Apskaičiuokite lygiagretainio perimetrą (išnagrinėkite abu galimus atvejus).

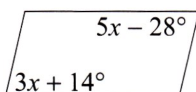
58. Lygiagretainio kraštinės lygios 5 cm ir 12 cm. Kampų, esančių prie ilgesniosios kraštinės, pusiaukampinės priešingą kraštinę dalija į 3 dalis. Raskite jų ilgius.

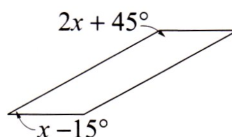
59. Apskaičiuokite lygiagretainio kampus:

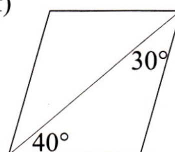
a)


b)


c)


d)


e)


f)


60. Apskaičiuokite lygiagretainio $ABCD$ kampus, kai:

a) $\angle B = 126°$
b) $\angle A - \angle B = 45°$
c) $\angle A + \angle C = 138°$
d) $\angle B = 3\angle A$

61. Ar egzistuoja lygiagretainis, kurio:

a) visi kampai smailieji
b) tik vienas kampas status
c) tik du kampai statūs
d) tik vienas kampas bukas?

62. Lygiagretainio kraštinė lygi 6 cm ir sudaro $\frac{3}{7}$ viso lygiagretainio perimetro. Apskaičiuokite lygiagretainio kraštines.

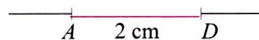
63. Nubraižykite lygiagretainį $ABCD$, kai duota:

a) įstrižainės $AC = 6$ cm ir $BD = 8$ cm, o kampas tarp jų lygus $70°$;
b) $AB = 6$ cm, $AD = 4$ cm, $AC = 5$ cm;
c) $BC = 5$ cm, $BD = 8$ cm, $\angle DCB = 110°$.

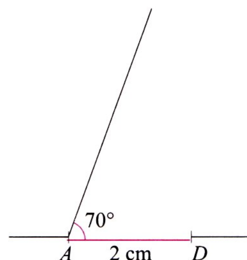
Pavyzdys: Nubraižykite lygiagretainį $ABCD$, jei $AB = 3{,}5\,\text{cm}$, $AD = 2\,\text{cm}$, $\angle A = 70^\circ$.

Sprendimas.

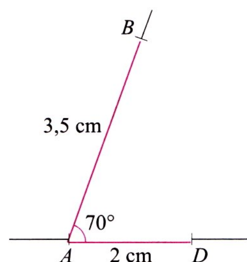
- Nubrėžiame tiesę ir joje pažymime atkarpą $AD = 2\,\text{cm}$.



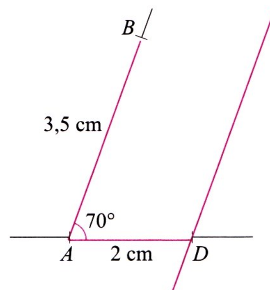
- Naudodamiesi matlankiu, iš taško A brėžiame spindulį, sudarantį 70° kampą su atkarpa AD.



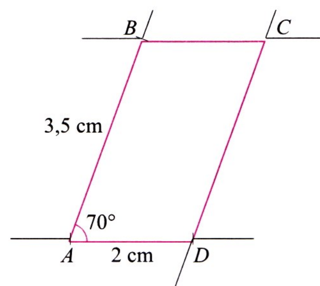
- Iš taško A spindulyje atidedame atkarpą $AB = 3{,}5\,\text{cm}$.



- Naudodamiesi liniuote ir kampainiu, per tašką D brėžiame tiesę, lygiagrečią tiesei AB.



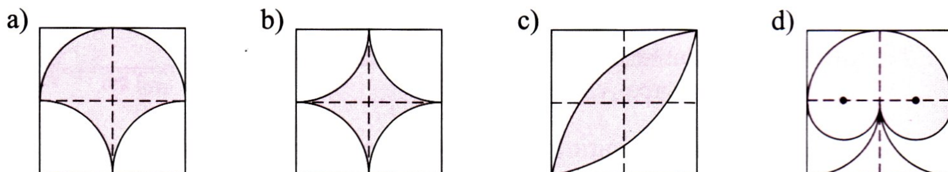
- Naudodamiesi liniuote ir kampainiu, per tašką B brėžiame tiesę, lygiagrečią tiesei AD. Nubrėžtos tiesės susikerta taške C.



Keturkampis $ABCD$ – reikiamas lygiagretainis. Kodėl?

64. Stačiojo lygiašonio trikampio aukštinė, išvesta iš stačiojo kampo į įžambinę lygi 20 cm. Apskaičiuokite trikampio įžambinę.

65. Kvadrato kraštinė lygi 20 cm. Apskaičiuokite nuspalvintų figūrų plotus.



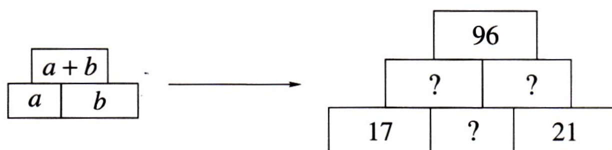
66. Lygiašonio trikampio perimetras 80 cm, o viena kraštinė du kartus ilgesnė už kitą. Apskaičiuokite trikampio kraštines.

67. Suprastinkite:

a) $-\frac{x}{3}+\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{5}{12}x\right)$ b) $5\left(\frac{7x}{25}-\frac{9}{5}\right)-2\left(\frac{3}{5}x-\frac{7}{10}\right)$

c) $2\left(x-\frac{3}{4}\right)-\frac{1}{3}\left(\frac{5}{2}-\frac{1}{4}x\right)$ d) $-3\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}\right)-(-x-1)$

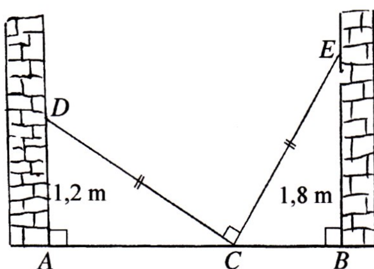
68. Kokie skaičiai turėtų būti parašyti klaustukų vietoje?



69. Giedriaus matematikos pažymiai yra 4, 7 ir 9.

a) Kokį jis dar turi gauti pažymį, kad jo pažymių vidurkis būtų 7?
b) Ar parašęs dar vieną kontrolinį darbą, jis gali turėti vidurkį 8?

70. Iš taško C į sieną atremiamos kopėčios. Jų viršus nuo žemės nutolęs 1,2 m. Tas pačias kopėčias iš taško C atrėmus į kitą sieną, jų viršus nuo žemės nutolęs 1,8 m. Apskaičiuokite atstumą tarp sienų (atstumą AB), jeigu žinoma, kad $\angle DCE = 90°$.

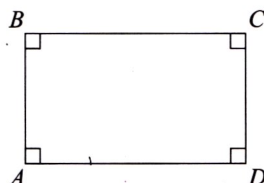


Nurodymas. Iš pradžių įrodykite, kad $\triangle DAC = \triangle CBE$.

3 Stačiakampis, rombas, kvadratas

Panagrinėkime lygiagretainius, kurių arba kampai, arba kraštinės, arba ir kampai, ir kraštinės yra lygūs. Tokie lygiagretainiai turi specialius pavadinimus.

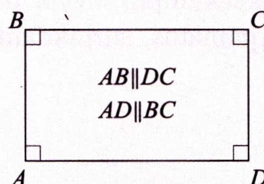
1. Keturkampį, kurio visi kampai statūs, vadiname *stačiãkampiu.*



? Kodėl stačiakampio priešingosios kraštinės yra lygiagrečios ($AB \parallel DC$ ir $AD \parallel BC$)?

Taigi stačiakampį galima apibrėžti ir kaip lygiagretainį.

Stačiakampis yra lygiagretainis, kurio visi kampai statūs.



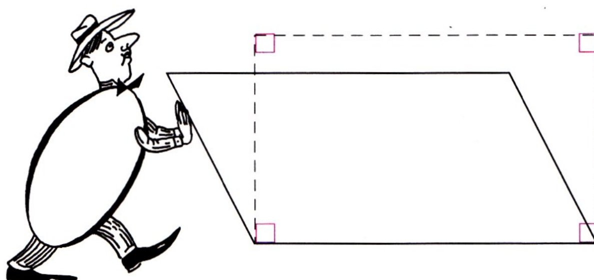
Vadinasi, stačiakampis pasižymi visomis lygiagretainio savybėmis.

? Pasakykite lygiagretainio savybes.

1 UŽDAVINYS. Stačiakampio perimetras lygus 20 cm. Jo gretimų kraštinių santykis yra 1 : 4. Raskite stačiakampio plotą.

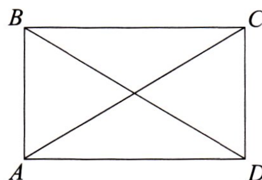
Sprendimas. Vieną stačiakampio kraštinę pažymėkime x, tada kita bus $4x$. Stačiakampio perimetras bus $2 \cdot (x + 4x) = 20$. Išsprendę lygtį, gauname $x = 2$. Vadinasi, viena stačiakampio kraštinė yra 2 cm, o kita – 8 cm. Stačiakampio plotas yra $S = 2 \cdot 4 = 8\,(\text{cm}^2)$.

Atsakymas. 8 cm^2.

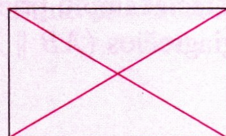


Stačiakampis pasižymi dar viena svarbia savybe.

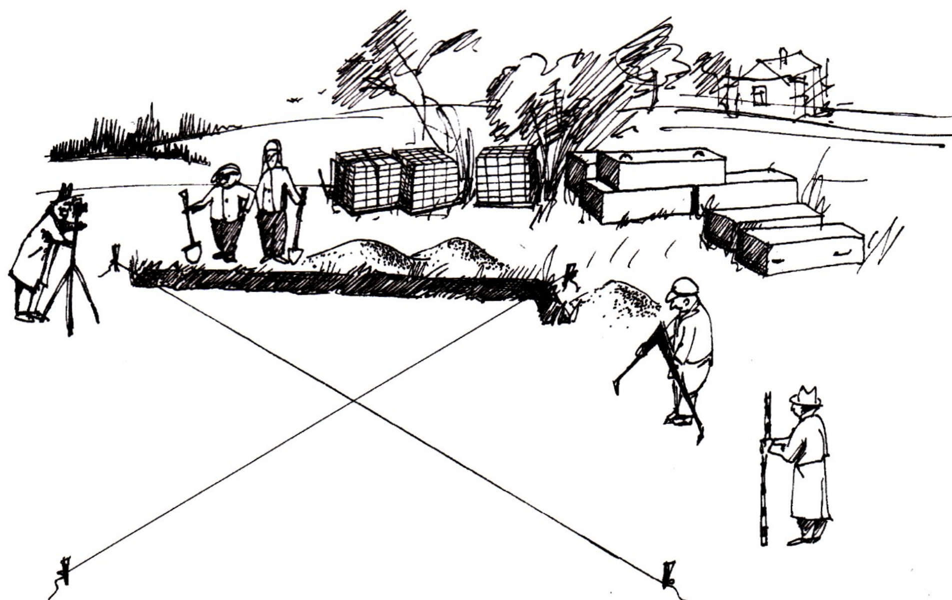
Stačiakampyje $ABCD$ nubrėžkime įstrižaines AC ir BD. Trikampiai BAD ir CDA yra lygūs, nes $AB = CD$, kraštinė AD yra bendra ir $\angle BAD = \angle CDA = 90°$.
Todėl $AC = BD$.



Stačiakampio įstrižainės yra lygios.



Šia stačiakampio savybe dažnai naudojamės ir gyvenime, pavyzdžiui, įrengdami namo pamatus, surinkdami baldus, kaldami vartelius.



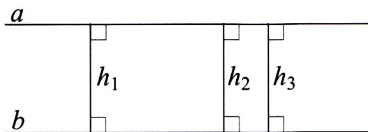
2 UŽDAVINYS. Stačiakampio plotas yra 20 cm^2, o perimetras – 18 cm. Raskite stačiakampio įstrižainių santykį.

Sprendimas.

Kadangi stačiakampio įstrižainės yra lygios, tai jų santykis yra 1 : 1.

Atsakymas. 1 : 1.

Atstumu tarp lygiagrečių tiesių vadinamas toms tiesėms statmenos atkarpos ilgis.



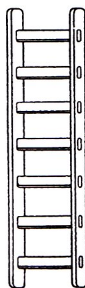
h_1, h_2, h_3 – atstumas tarp lygiagrečių tiesių a ir b.



Įsitikinkite, kad atstumas tarp lygiagrečių tiesių yra visur vienodas, t. y. $h_1 = h_2 = h_3 = \cdots$.

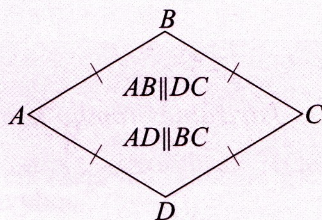
Pavyzdžiui, atstumas tarp bėgių (pabėgių ilgis tarp bėgių), kopėčių skersinių ilgis yra vienodas.



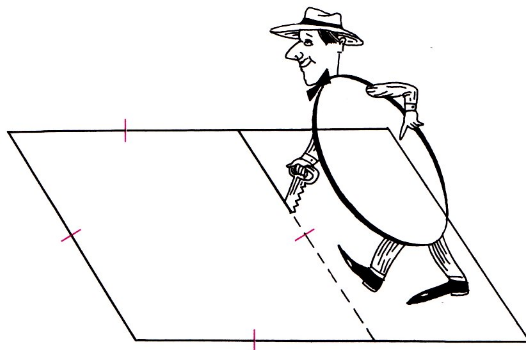


2. Susipažinkime su dar viena lygiagretainio rūšimi – rombu.

Rombu vadinamas lygiagretainis, kurio visos kraštinės yra lygios.

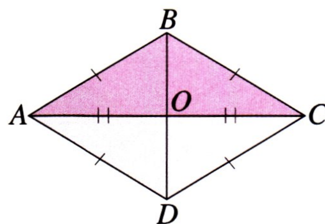


Vadinasi, rombas pasižymi visomis lygiagretainio savybėmis.



Tačiau rombas turi ir tik jam būdingų savybių.

Nubraižykime rombą $ABCD$ ir jo įstrižaines AC ir BD. Įstrižainių susikirtimo tašką pažymėkime O. Įstrižainė AC rombą dalija į du lygiašonius trikampius ABC ir ADC. Kadangi $AO = OC$ (įstrižainės viena kitą dalija pusiau), tai BO (DO) yra lygiašonio trikampio ABC (ADC) pusiaukraštinė.

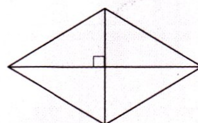


Kadangi lygiašonio trikampio pusiaukraštinė, nubrėžta į pagrindą, kartu yra ir aukštinė, ir pusiaukampinė, tai $\angle AOB$ $(\angle AOD)$ yra status, o $\angle ABO =$ $= \angle CBO$ $(\angle ADO = \angle CDO)$.

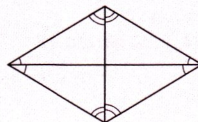
? Įsitikinkite, kad AO (CO) yra trikampio DAB (DCB) aukštinė ir pusiaukampinė ir kad $\angle BAO = \angle DAO$ $(\angle BCO = \angle DCO)$.

Taigi įsitikinome, kad rombas turi dar tokias dvi savybes:

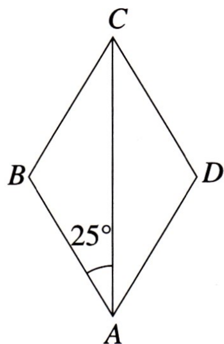
Rombo įstrižainės yra statmenos.



Įstrižainės rombo kampus dalija pusiau.



3 UŽDAVINYS. Rombo $ABCD$ įstrižainė AC su kraštine AB sudaro $25°$ kampą. Apskaičiuokite rombo kampus.



Sprendimas.

Kadangi rombo įstrižainė AC kampą A dalija pusiau, tai $\angle BAD = 2\angle BAC = 2 \cdot 25° = 50°$.

$\angle BCD = \angle BAD = 50°$.

Kadangi $\angle BAD + \angle B = 180°$ (vidaus vienašalių kampų suma), tai

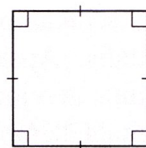
$\angle B = 180° - \angle BAD = 180° - 50° = 130°$.

Taigi $\angle D = \angle B = 130°$.

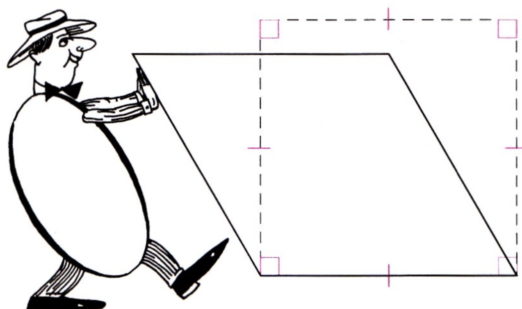
Atsakymas. $50°$, $130°$, $50°$, $130°$.

3. Keturkampis, kurio visi kampai statūs, o kraštinės lygios, yra kvadratas. Kadangi kvadrato kampai yra statūs, tai jis yra ir stačiakampis.

Kvadratas yra stačiakampis,
kurio visos kraštinės lygios.



Kadangi stačiakampis yra lygiagretainis, tai ir kvadratas yra lygiagretainis.



Kadangi kvadrato kraštinės yra lygios, tai jis yra ir rombas, todėl kvadratą galima apibrėžti ir taip:

Kvadratas yra rombas, kurio visi kampai statūs.

Vadinasi, kvadratas yra ir lygiagretainis, ir stačiakampis, ir rombas. Todėl jis turi visas lygiagretainio, stačiakampio ir rombo savybes.

? Išvardykite kvadrato savybes.

Pratimai ir uždaviniai

71. Kaip reikia sudėti dvi juostas, kad susikirtimo vietoje gautume stačiakampį?

72. a) Lygiagretainio vienas kampas lygus 90°. Apskaičiuokite kitus kampus.
b) Rombo vienas kampas lygus 90°. Apskaičiuokite kitus kampus.

73. a) Stačiakampio kampo pusiaukampinė ilgesniąją kraštinę dalija pusiau. Apskaičiuokite stačiakampio perimetrą, jeigu jo trumpesnioji kraštinė lygi 3 cm.

b) Stačiakampio kampo pusiaukampinė kraštinę dalija į dvi 2 cm ir 3 cm dalis. Apskaičiuokite stačiakampio perimetrą (išnagrinėkite abu galimus atvejus).

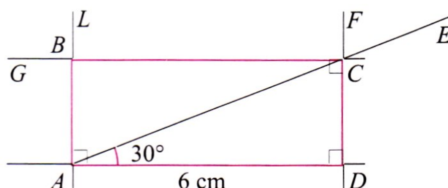
c) Stačiakampio kampo pusiaukampinė kraštinę dalija santykiu 2 : 3. Apskaičiuokite stačiakampio kraštines, jeigu jo perimetras lygus 224 cm (išnagrinėkite abu galimus atvejus).

74. Nubraižykite stačiakampį, kurio įstrižainė lygi 60 mm, o kampas tarp įstrižainių lygus 70°.

Pavyzdys: Nubraižykite stačiakampį, kurio kraštinė lygi 6 cm, o įstrižainė su ja sudaro 30° kampą.

Sprendimas.

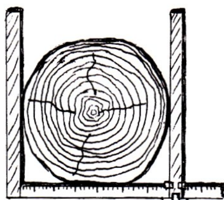
1. Brėžiame tiesę ir joje atidedame atkarpą $AD = 6$ cm.
2. Naudodamiesi matlankiu, brėžiame $\angle DAE = 30°$.
3. Naudodamiesi kampainiu, iš taško D iškeliame statmenį DF, kuris AE kerta taške C.
4. Naudodamiesi kampainiu, brėžiame tiesę CG, statmeną tiesei CD.
5. Naudodamiesi kampainiu, iš taško A brėžiame statmenį AL.
6. Tiesių AL ir CG susikirtimo tašką pažymime B.

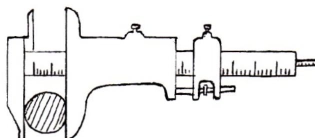


Keturkampis $ABCD$ yra reikiamas stačiakampis. Kodėl?

---

75. Miškininkai medžių skersmenis, o šaltkalviai nedidelių detalių skersmenis matuoja slankmačiais.





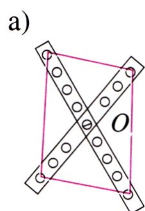
Kokia stačiakampio savybe pasinaudota šiuose prietaisuose?

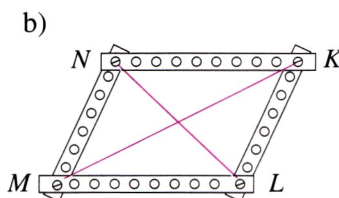
76. a) Rombo kraštinė lygi 3,5 cm. Apskaičiuokite rombo perimetrą.
b) Rombo perimetras lygus 42 cm. Apskaičiuokite rombo kraštinę.
c) Vienas rombo kampas lygus $60°$, o trumpesnioji įstrižainė – 10 cm. Apskaičiuokite rombo perimetrą.

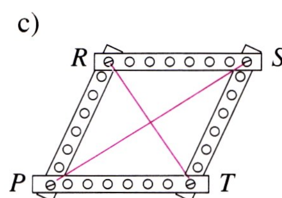
77. Nubraižykite rombą, kurio:

a) įstrižainė lygi 6 cm, o kampas, iš kurio išeina ši įstrižainė, lygus $80°$;
b) įstrižainė lygi 5 cm, o kraštinė – 6 cm;
c) įstrižainė lygi 6 cm, o kampas prieš ją – $80°$.

78. Iš konstruktoriaus detalių pasidarykite tokius „prietaisus“.

a) 

b) 

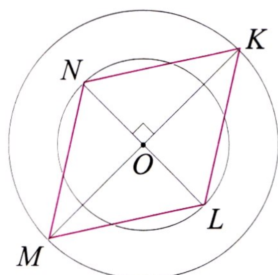
c) 

Taškuose O, M, N, K, L, P, R, S ir T detalės sujungtos varžteliais. Linijomis parodyta, kaip detalės sujungtos elastiniu siūlu (guma).

1) Kokias figūras galite gauti pavaizduotais prietaisais, keisdami detalių padėtį?
2) Nubraižykite kampą ir, naudodamiesi prietaisu c), padalykite jį pusiau.

79. Nubraižykite rombą pagal tokį algoritmą:
1) nubrėžkite tiesę a ir šalia jos pasirinkite tašką A;
2) iš taško A brėžkite apskritimą, kuris kerta tiesę a taškuose B ir C;
3) iš taškų B ir C tuo pačiu spinduliu AB nubrėžkite dar du apskritimus;
4) apskritimų susikirtimo tašką pažymėkite D;
5) paeiliui sujunkite atkarpomis taškus A, B, D, C. Kodėl nubraižytas keturkampis $ABDC$ yra rombas?

Parašykite algoritmą, kaip nubraižytas rombas, pavaizduotas brėžinyje



80. Nubraižykite kvadratą, jei:

a) jo perimetras lygus 20 cm;

b) jo plotas lygus 1 cm^2;

c) įstrižainių susikirtimo taškas nuo kraštinės nutolęs 1 cm.

81. Koordinačių plokštumoje nubraižykite kvadratą, kurio viena viršūnė būtų koordinačių plokštumos atskaitos taške (0; 0), o kita viršūnė – taške (0; 5). Kiek tokių kvadratų galima nubraižyti?

82. Apskaičiuokite skaitinių reiškinių reikšmes. Jas išdėstę didėjimo tvarka, perskaitysite geometrinės figūros pavadinimą.

T	$-1{,}2 + (-1{,}8)$	**A**	$4{,}7 - 6$	**I**	$-1\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5}$
A	$-1 \cdot (-0{,}001) : 0{,}1$	**C**	$0{,}36 : (-0{,}6)$	**E**	$-\frac{5}{13} - \frac{8}{13}$
P	$-4 \cdot (-2{,}5) - 11{,}13$	**J**	$-\frac{5}{8} + \frac{1}{8} \cdot 3$	**R**	$\frac{-3-3}{3}$

83. Kokie skaičiai turėtų būti įrašyti tuščiuose langeliuose?

a)

	$a+b$	
a		b

			0			
		−4		4		
	−4		0			
		3				

b)

	$a-b$	
a		b

				−4		
8		3		−5		

84. Kur reikėtų sudėti skliaustus, kad būtų teisingos lygybės:

a) $14 - 6 : 2 + 7 = 11$

b) $27 + 15 : 3 = 14$

c) $8 + 12 \cdot 2 - 8 = -64$

d) $9 - 4 \cdot 5 + 1 = 30$

e) $-3^2 - 2 - 3 - 1 = -1$

f) $-2^2 - 2 - 3 + 1 = 8$

85. Turistai nutarė organizuoti 5 etapų žygį dviračiais. Žemėlapyje, kurio mastelis 1 : 500 000, etapų ilgiai yra 4 cm, 8 cm, 5,5 cm, 6,2 cm ir 3,5 cm. Pirmąją dieną jie nutarė nuvažiuoti du etapus, o antrąją – 3 etapus. Koks trasos ilgis? Kiek valandų turistai važiuos pirmą dieną ir kiek antrą dieną, jeigu vidutinis jų važiavimo greitis yra 20 km/h?

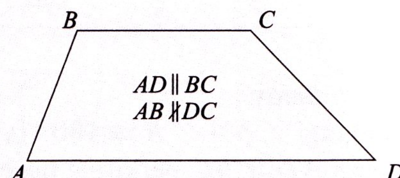
86. a) Pagrindinės mokyklos trečdalis iš $\frac{4}{5}$ viso mokinių skaičiaus mokosi prancūzų kalbos. Kuri mokyklos mokinių dalis nesimoko prancūzų kalbos? Išspręskite uždavinį sudarydami reiškinį.

b) Sudarykite panašaus tipo sąlyginius uždavinius pagal reiškinius $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$ ir $1 - \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}\right)$.

4 Trapecija

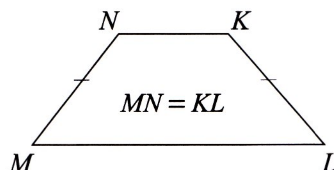
Nagrinėsime keturkampius, turinčius tik dvi lygiagrečias kraštines.

Keturkampis, kurio dvi priešingos kraštinės yra lygiagrẽčios, o kitos dvi – nelygiagrẽčios, vadinamas trapecija.

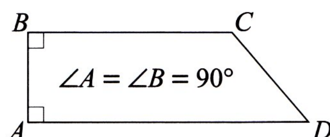


Lygiagrečios trapecijos kraštinės vadinamos *pagrindais*, o nelygiagrečios kraštinės – *šoninėmis kraštinėmis*. Trapecijos $ABCD$ kraštinės AD ir BC yra pagrindai, o AB ir CD – šoninės kraštinės.

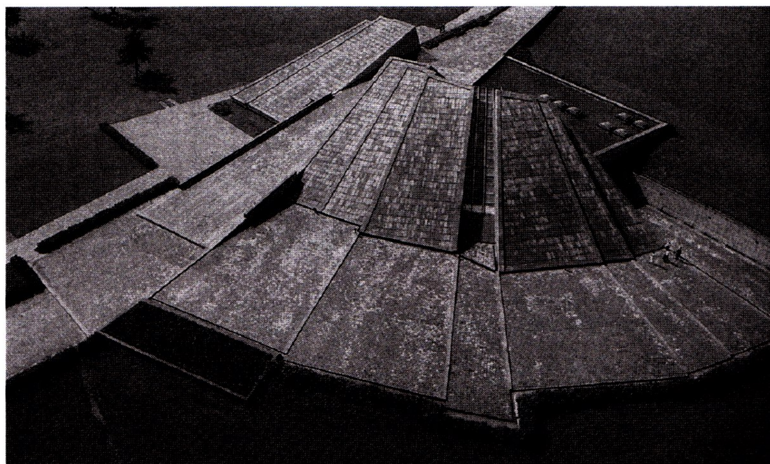
Trapecija, kurios šoninės kraštinės lygios, vadinama *lygiašone trapecija*.



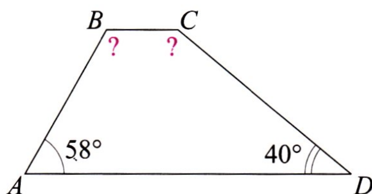
Trapecija, kurios viena šoninė kraštinė statmena pagrindams, vadinama *stačiąja trapecija*.



? Jei ir antroji šoninė kraštinė statmena pagrindams, tai figūra jau ne trapecija. O kas tai yra?



1 UŽDAVINYS. Keturkampis $ABCD$ – trapecija, $\angle A = 58°$, $\angle D = 40°$. Apskaičiuokite $\angle B$ ir $\angle C$.

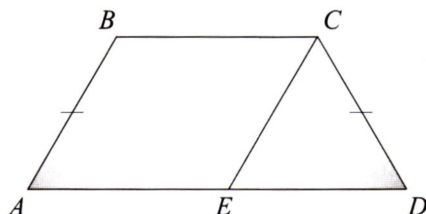


Sprendimas.
Kadangi $\angle A + \angle B = 180°$ (vidaus vienašaliai kampai, gauti dvi lygiagrečias tieses AD ir BC perkirtus tiese AB), todėl $\angle B = 180° - \angle A = 180° - 58° = 122°$. Analogiškai $\angle C = 180° - \angle D = 180° - 40° = 140°$.

Atsakymas. $\angle B = 122°$, $\angle C = 140°$.

2 UŽDAVINYS. $ABCD$ – lygiašonė trapecija. Įsitikinkite, kad $\angle A = \angle D$.

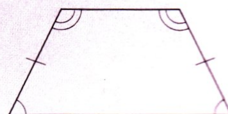
Sprendimas.
Nubraižykime lygiašonę trapeciją $ABCD$ ($AB = CD$). Per viršūnę C nubrėžkime atkarpą $CE \parallel AB$.



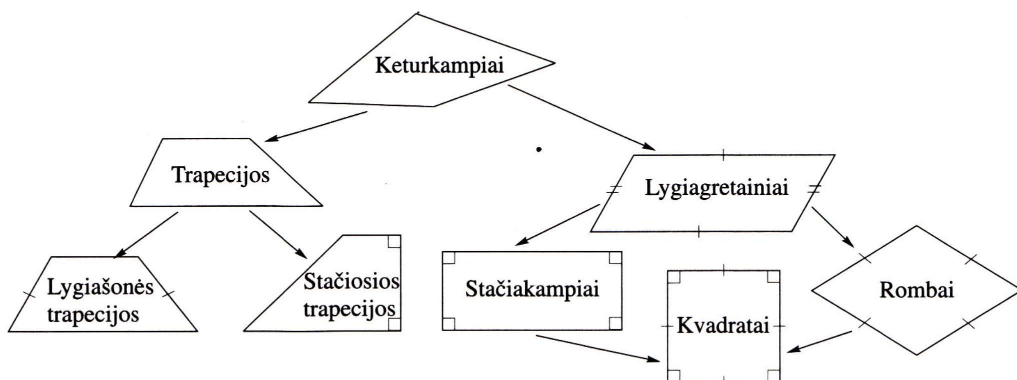
Keturkampis $ABCE$ yra lygiagretainis, nes jo priešingosios kraštinės lygiagrečios. Todėl $AB = CE$. Kita vertus, $AB = CD$ (lygiašonės trapecijos kraštinės). Vadinasi, $CE = CD$, o trikampis CED yra lygiašonis. Todėl $\angle CED = \angle D$ (lygiašonio trikampio kampai prie pagrindo). Kadangi AD yra dviejų lygiagrečių tiesių AB ir EC kirstinė, tai $\angle CED = \angle BAE$ (atitinkamieji kampai). Taigi $\angle A = \angle D$.

? Palyginkite trapecijos kampus B ir C.

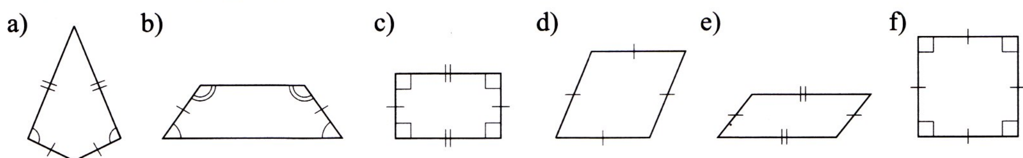
Lygiašonės trapecijos kampai prie pagrindo yra lygūs.



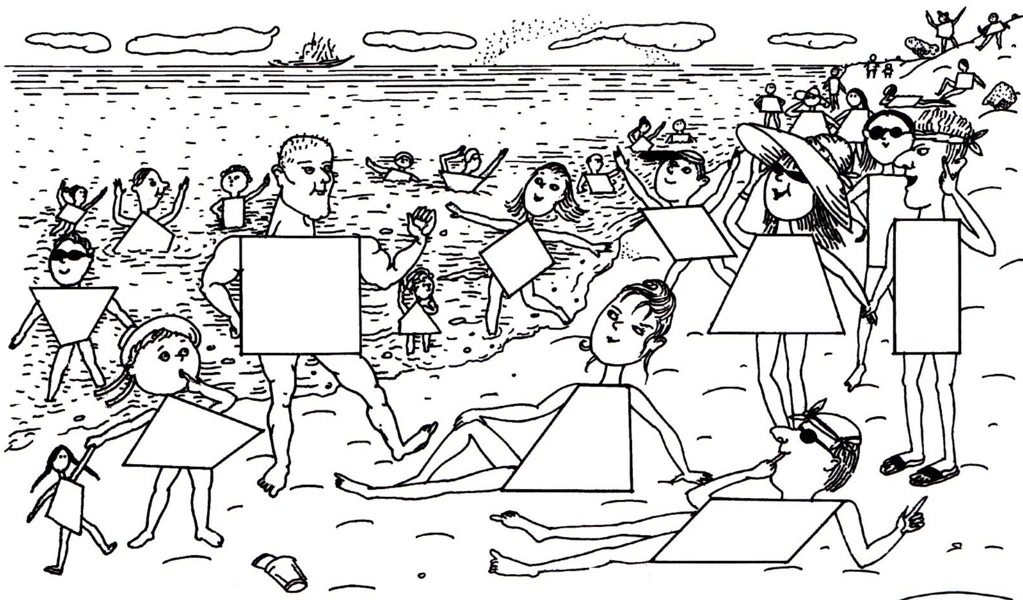
Šiame skyriuje nagrinėtų keturkampių rūšis galima pavaizduoti schema.



Užduotis. Nurodykite, kurioms keturkampio rūšims galima priskirti kiekvieną iš pavaizduotų figūrų.



Pavyzdys: c) Lygiagretainiams, stačiakampiams.



Pratimai ir uždaviniai

87. Kaip iš juostos ir kampo gauti trapeciją?

88. Trapecijos $ABCD$ pagrindai yra AD ir BC. Apskaičiuokite trapecijos kampus, jeigu:

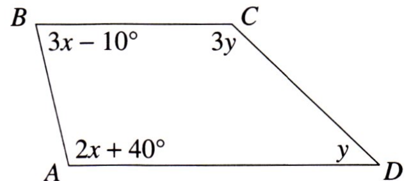
a) $\angle A = 40°$, $\angle C = 125°$; b) $\angle A = 72°$, $\angle D = 84°$.

89. Ar gali trapecija turėti 3 stačiuosius kampus? Atsakymą pagrįskite.

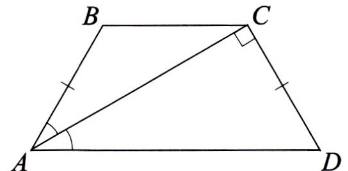
90. Apskaičiuokite trapecijos kampus, jei:

a) trapecija yra statioji ir jos vienas kampas lygus 58°;
b) trapecija yra lygiašonė ir jos vienas kampas lygus 55°;
c) trapecija yra lygiašonė ir jos priešingų kampų skirtumas lygus 50°.

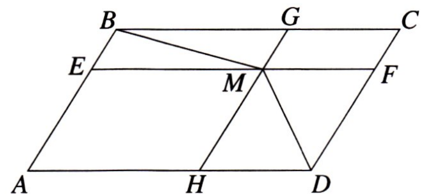
91. Keturkampis $ABCD$ – trapecija, AD ir BC – trapecijos pagrindai. Apskaičiuokite jos kampus.



92. Lygiašonės trapecijos įstrižainė smailųjį kampą dalija pusiau ir yra statmena šoninei kraštinei. Apskaičiuokite trapecijos kampus.



93. Keturkampis $ABCD$ – lygiagretainis, $AB \parallel GH$, $AD \parallel EF$. Kiek trapecijų matote brėžinyje? Išvardykite jas.

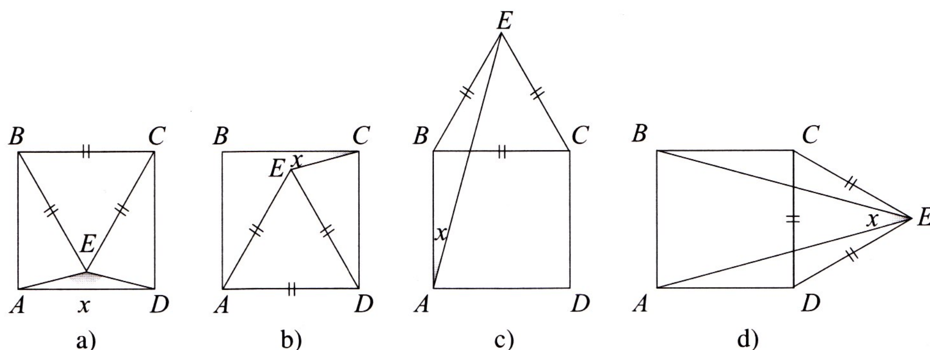


94. Lygiašonės trapecijos pagrindai lygūs 8 cm ir 12 cm, o įstrižainė smailųjį kampą dalija pusiau. Apskaičiuokite trapecijos perimetrą.

95. Nubraižykite trapeciją $ABCD$, kurios pagrindai $AD = 10$ cm ir $BC = 8$ cm, $\angle A = 40°$, o šoninė kraštinė $AB = 4$ cm.

96. Pateikite stačiakampių, lygiagretainių, rombų, kvadratų ir trapecijų pavyzdžių iš mus supančio pasaulio.

97. Keturkampis $ABCD$ – kvadratas. Apskaičiuokite kampą x.

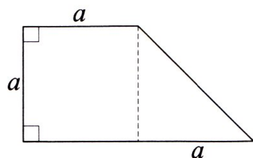


98. a) Vienas lygiašonio trikampio kampas 3 kartus didesnis už kitų dviejų kampų sumą. Apskaičiuokite trikampio kampus.

b) Vienas lygiašonio trikampio kampas tris kartus mažesnis už kitų dviejų kampų sumą. Raskite trikampio kampus (išnagrinėkite abu galimus atvejus).

99. Lygiašonio trikampio ABC pusiaukampinė AE lygi pagrindui AC. Apskaičiuokite trikampio ABC kampus.

100. Padalykite pavaizduotą trapeciją į 4 vienodas trapecijas.



101. Nusibraižykite sąsiuvinyje atkarpą AB ir pažymėkite tašką O.



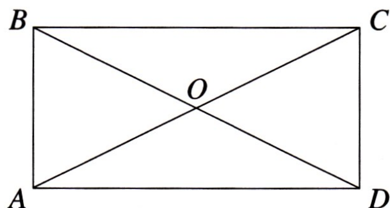
a) Nubraižykite trikampį, kurio viena kraštinė būtų AB, o aukštinių susikirtimo taškas O.

b) Nubraižykite trikampį, kurio viena kraštinė būtų AB, o pusiaukampinių susikirtimo taškas O.

102. Pripylus $\frac{2}{3}$ kibiro vandens, jis sveria 11,535 kg. Nupylus pusę vandens, kibiras sveria 7,335 kg. Kokia kibiro talpa? Kiek sveria tuščias kibiras?

Pasitikrinkite

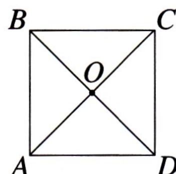
1. Keturkampis $ABCD$ yra stačiakampis.



a) Duota: $\angle ABD = 60°$.
Apskaičiuokite: $\angle BDC$; $\angle BDA$; $\angle CAD$; $\angle AOD$; $\angle ABC$.

b) Duota: $AB = 2{,}1$ cm, $AO = 2{,}3$ cm.
Apskaičiuokite: BO; BD; CD.

2. Keturkampis $ABCD$ – kvadratas, $AB = 4$ cm, $AO = \sqrt{8}$ cm.
Apskaičiuokite: AD; AC; BO; BD; $\angle ACD$; $\angle AOB$.

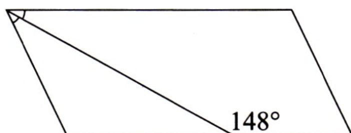


3. Apskaičiuokite lygiagretainių kampus, jei:

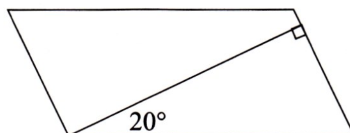
a) vienas kampas du kartus mažesnis už kitą kampą;
b) dviejų kampų suma lygi 246°;
c) vienas kampas sudaro 25% kito kampo.

4. Apskaičiuokite lygiagretainių kampus.

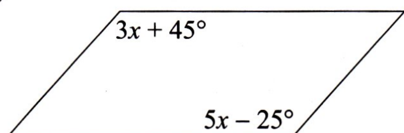
a)



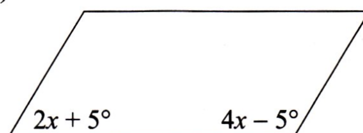
b)



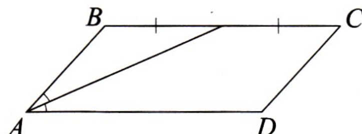
c)



d)



5. Lygiagretainio $ABCD$ perimetras 24 cm.
Apskaičiuokite lygiagretainio kraštines.

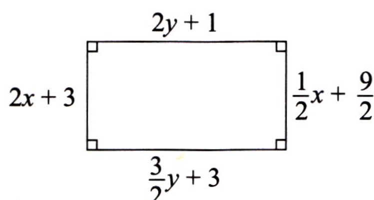


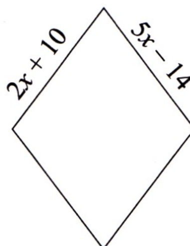
6. Lygiagretainio perimetras 440 cm. Viena jo kraštinė 20% ilgesnė už kitą. Apskaičiuokite lygiagretainio kraštines.

7. Lygiagretainio smailiojo kampo pusiaukampinė dalija kraštinę į 1,5 cm ir 3,5 cm ilgio dalis. Apskaičiuokite lygiagretainio perimetrą (išnagrinėkite abu galimus atvejus).

8. Duoti trys taškai A, B ir M, kurie nėra vienoje tiesėje, o atstumai tarp jų lygūs. Nubraižykite stačiakampį $ABCD$, kurio kraštinė $AD = 6$ cm. Dabar nubraižykite lygiagretainį $BCMN$. Kam lygi kraštinė MN? Ar jos ilgis priklauso nuo atkarpos AB ilgio?

9. a) Raskite x ir y. b) Apskaičiuokite rombo kraštinę.





10. Apskaičiuokite rombų kampus, jei:

a) vienas rombo kampas 5 kartus didesnis už kitą kampą;

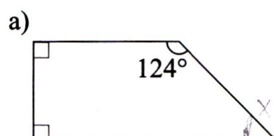
b) trijų rombo kampų suma lygi 302°;

c) kampų, kuriuos sudaro rombo kraštinė su įstrižainėmis, santykis 7 : 11.

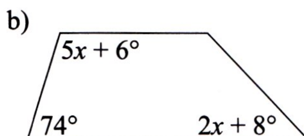
11. Stačiakampio $ABCD$ kraštinė $BC = 10$ cm. Kampo B pusiaukampinė kraštinę AD dalija santykiu $AE : ED = 2 : 3$. Apskaičiuokite stačiakampio perimetrą.

12. Apskaičiuokite trapecijų kampus.

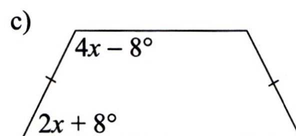
a)



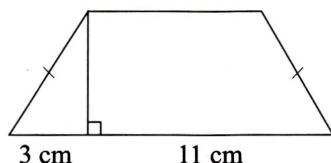
b)



c)



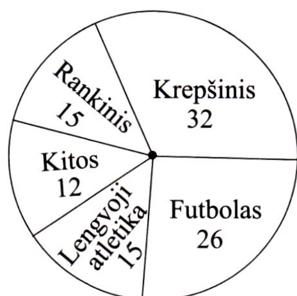
13. Apskaičiuokite lygiašonės trapecijos pagrindus.



14. Parašykite visus bendrus skaičių 48 ir 60 daliklius.

15. Palyginkite skaičius: a) $-\frac{4}{5}$ ir $-\frac{5}{6}$; b) $-\frac{5}{8}$ ir $-\frac{5}{9}$.

16. Diagramoje pavaizduoti mokinių domėjimosi atskiromis sporto šakomis apklausos rezultatai.



a) Kuria sporto šaka mokiniai domisi labiausiai ir kiek tai sudaro procentų?

b) Kuris iš skaičių galėtų būti atsakymu į klausimą „Kiek mokinių domisi šachmatais?“

A 32 **B** 26 **C** 3 **D** 15

17. Kateris atstumą tarp prieplaukų nuplaukia per 4 h, o motorlaivis – per 6 h. Kuris iš jų nuplauks trumpesnį atstumą – kateris per 3 h ar motorlaivis per 4 h?

18. a) Jei $\frac{3}{5} + x = 0$, tai $\frac{3}{5}x = \ldots$;
b) Jei $\frac{5}{x} = 0{,}75$, tai $\frac{1}{x} = \ldots$.

19. Stačiakampio plotis 3 cm trumpesnis už jo ilgį. Raskite stačiakampio kraštines, jeigu jo perimetras 42 cm.

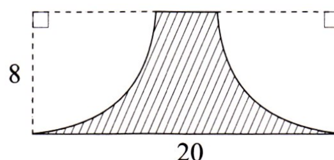
20. Turime $a + 8$ obuolius. Kiekvienas iš jų supjaustytas į 4 dalis. Kuris iš reiškinių nusako obuolių dalių skaičių?

A $\frac{a}{4} + \frac{8}{4}$ **B** $\frac{a+8}{4}$ **C** $a + 32$ **D** $4a + 8$ **E** $4a + 32$

21. Apskaičiuokite reiškinio skaitinę reikšmę, kai $x = \frac{1}{3}$, $y = -6$.

a) $\left|\frac{1}{x}\right| - \left|\frac{1}{y}\right|$; b) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$; c) $-y^2x$; d) $(-y)^2x$.

22. Pagal brėžinio duomenis (metrais) raskite subrūkšniuotos figūros perimetrą metrais ir plotą arais.



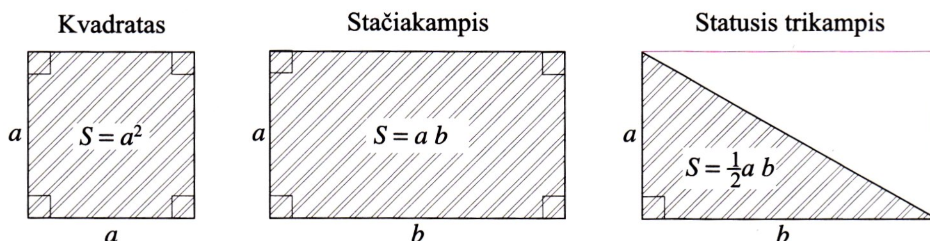
23. 50 g masės juodojo šokolado su lazdyno riešutais etiketėje parašyta: „100 g produkto maistinė vertė – 6 g baltymų, 25,4 g riebalų, 60,4 g angliavandenių. Energetinė vertė – 486 kcal (2033 kJ)“.
Kiek kalorijų gauname suvalgę vieną tokį šokoladuką? Kiek baltymų, riebalų ir angliavandenių gautume suvalgę penkis tokius šokoladukus?

8 TRIKAMPIŲ IR KETURKAMPIŲ PLOTAI

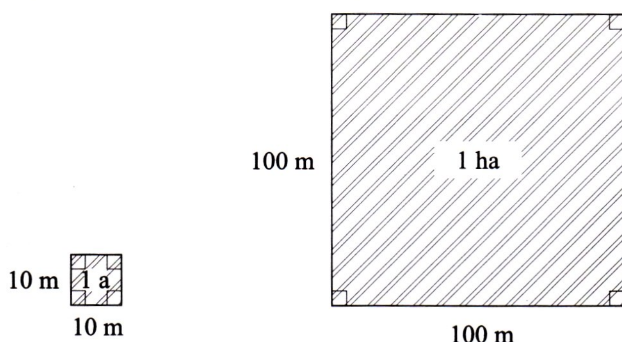


1 Kvadrato, stačiakampio ir stačiojo trikampio plotai

Prisiminkime, kaip skaičiavome kvadrato, stačiakampio ir stačiojo trikampio plotus.



Plotai matuojami kvadratiniais vienetais, pavyzdžiui, mm^2, cm^2, m^2.
Žemės plotai dažniausiai matuojami arais ir hektarais.



Vienus ploto vienetus išreiškiant kitais, galima pasinaudoti schema:

1 mm^2 1 cm^2 1 dm^2 1 m^2 1 a 1 ha	$\times 100 =$	1 cm^2 1 dm^2 1 m^2 1 a 1 ha 1 km^2	$: 100 =$	1 mm^2 1 cm^2 1 dm^2 1 m^2 1 a 1 ha

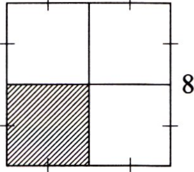
Iš schemos matome, kad, pavyzdžiui, 1 kvadratiniame centimetre yra 100 kvadratinių milimetrų.

? Patikrinkite, ar teisingos lygybės: $125\,750\ m^2 = 1257{,}5\ a = 125{,}75\ ha$.

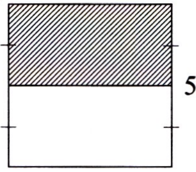
Pratimai ir uždaviniai

103. Nubraižyti kvadratai. Raskite užbrūkšniuotų figūrų plotus.

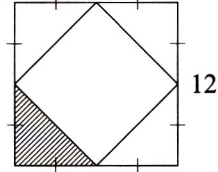
a)



b)

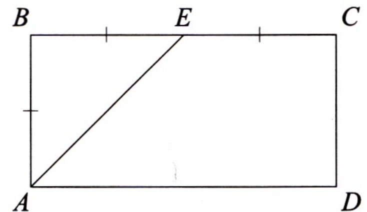


c)

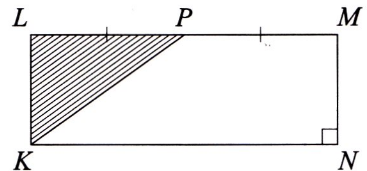


104. a) Stačiakampio plotas lygus $40\,\text{cm}^2$, o viena kraštinė – $5\,\text{cm}$. Apskaičiuokite kitą stačiakampio kraštinę.

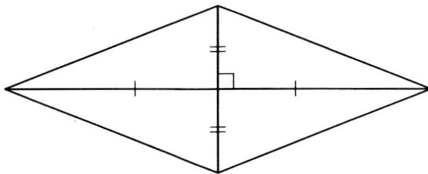
b) Duota: $ABCD$ – stačiakampis,
$AB = BE = EC$,
$S_{ABE} = 32\,\text{cm}^2$.
Apskaičiuokite S_{ABCD}.



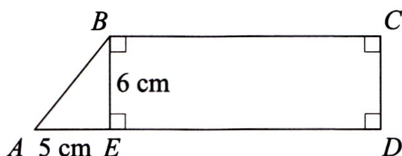
c) Duota: $KLMN$ – stačiakampis,
$S_{KLMN} = 60\,\text{cm}^2$,
$LM = 15\,\text{cm}$, $LP = PM$.
Apskaičiuokite S_{KLP}.



105. Apskaičiuokite keturkampio plotą, jei viena įstrižainė lygi 10, o kita 4.

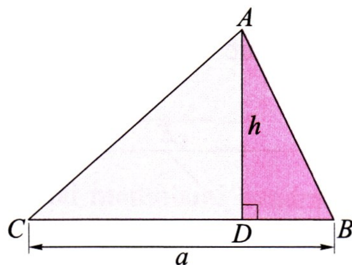


106. Duota: $ABCD$ – trapecija, $AE = 5\,\text{cm}$, $BE = 6\,\text{cm}$, $S_{ABCD} = 63\ \text{cm}^2$. Raskite BC.



2 Trikampio plotas

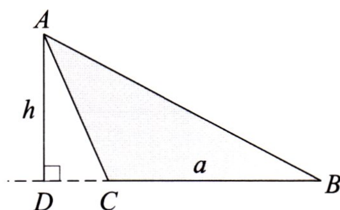
Bet kokio trikampio plotą galima apskaičiuoti remiantis stačiojo trikampio ploto formule.
Nubraižykime trikampį ABC. Kraštinę BC pažymėkime a. Iš viršūnės A nubrėžkime aukštinę AD ir ją pažymėkime h. Sakykime, kad aukštinė trikampį ABC padalijo į du stačiuosius trikampius ADC ir ADB, kurių plotus skaičiuoti mokame. Apskaičiavę tų plotų sumą, rasime trikampio ABC plotą.



$$S_{ABC} = S_{ADC} + S_{ADB} = \frac{1}{2}CD \cdot AD + \frac{1}{2}DB \cdot AD = \frac{1}{2}(CD + DB) \cdot AD = \frac{1}{2}CB \cdot AD;$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}ah.$$

Jeigu nubrėžta aukštinė yra šalia trikampio, tai:

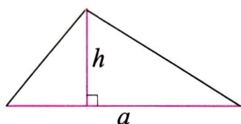


$$S_{ABC} = S_{ADB} - S_{ADC} = \frac{1}{2}DB \cdot AD - \frac{1}{2}DC \cdot AD = \frac{1}{2}(DB - DC) \cdot AD = \frac{1}{2}CB \cdot AD;$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}ah.$$

? Kaip apskaičiuoti trikampio plotą, jeigu nubrėžta aukštinė sutampa su trikampio kraštine?

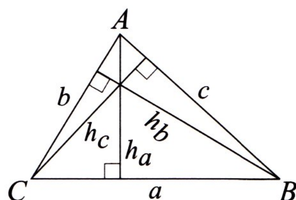
Taigi bet kokio trikampio plotą galima apskaičiuoti pagal formulę:



$$S = \frac{1}{2}ah$$

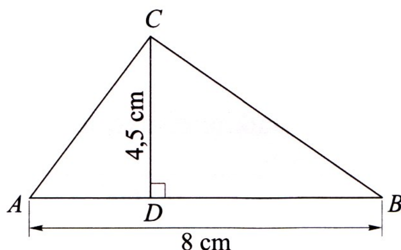
Trikampio plotas lygus jo kraštinės ir aukštinės, išvestos į tą kraštinę, sandaugos pusei.

Pastaba. Kartais patogu trikampio ABC kraštines BC, AC, AB atitinkamai žymėti a, b, c, o aukštines, išvestas į tas kraštines, – h_a, h_b, h_c. Tada:



$$S_\triangle = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}.$$

1 UŽDAVINYS. Apskaičiuokite trikampio ABC plotą, jei kraštinė AB lygi 8 cm, o aukštinė CD, nuleista į kraštinę AB, lygi 4,5 cm.

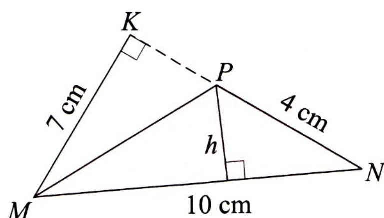


Sprendimas.
Pagal trikampio ploto formulę

$$S_{ABC} = \tfrac{1}{2}AB \cdot CD = \tfrac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4{,}5 = 18 \ (\text{cm}^2).$$

Atsakymas. 18 cm^2.

2 UŽDAVINYS. Apskaičiuokite pavaizduoto trikampio MNP plotą ir raskite aukštinę, išvestą iš viršūnės P į kraštinę MN.



Sprendimas.

1) Trikampyje MNP žinoma kraštinė PN ir į ją nubrėžta aukštinė MK. Todėl $S_{MPN} = \tfrac{1}{2}PN \cdot MK = \tfrac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7 = 14$ (cm^2).

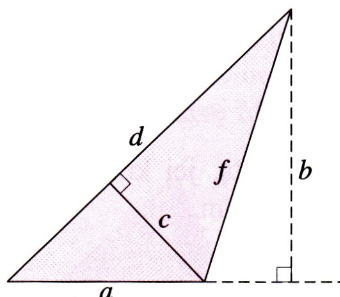
2) $S_{MNP} = \tfrac{1}{2}MN \cdot h$. Kadangi $S_{MNP} = 14$ cm^2, $MN = 10$ cm, tai $\tfrac{1}{2} \cdot h \cdot 10 = 14$. Iš čia $h = \tfrac{14}{5} = 2{,}8$ (cm).

Atsakymas. $S_{MNP} = 14$ cm^2, $h = 2{,}8$ cm.

Pratimai ir uždaviniai

107. Nubraižykite bet kokį trikampį. Išmatavę vieną jo kraštinę ir į tą kraštinę nubrėžtą aukštinę, apskaičiuokite jo plotą.

108. Kuris reiškinys reiškia nuspalvinto trikampio plotą:

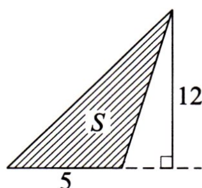


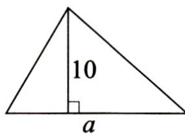
$\frac{af}{2}$, $\frac{bf}{2}$, $\frac{cd}{2}$, $\frac{ac}{2}$, $\frac{ab}{2}$, $\frac{df}{2}$?

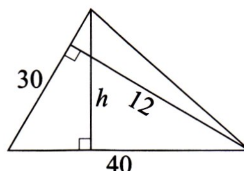
109. Lentelėje nurodyti kai kurie trikampio elementai. Baikite pildyti lentelę.

Kraštinė	Aukštinė, nubrėžta į tą kraštinę	Plotas
8 cm	25 mm	... cm^2
10 cm	... dm	1,5 dm^2
... m	100 dm	250 m^2
15 mm	... mm	45 mm^2
...	$10\frac{3}{5}$ m	$161\frac{3}{25}$ m^2

110. a) $S = ?$ b) $S = 80$, $a = ?$ c) $h = ?$





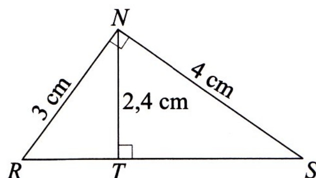


111. Koordinačių plokštumoje nubraižykite trikampį ABC ir apskaičiuokite jo plotą, jei:

a) $A(-3; -1)$, $B(-2; 3)$, $C(4; -1)$;
b) $A(-4; 3)$, $B(-1; -2)$, $C(4; -2)$;
c) $A(-2; 4)$, $B(3; 1)$, $C(3; -4)$;
d) $A(-2; 2)$, $B(5; 2)$, $C(7; -3)$;
e) $A(-1; -1)$, $B(-1; 3)$, $C(2; 5)$.

112. a) Stačiojo trikampio statiniai lygūs 6 cm ir 8 cm, o aukštinė, nubrėžta į įžambinę, lygi 4,8 cm. Apskaičiuokite įžambinę.

Pavyzdys: Apskaičiuokite brėžinyje pavaizduoto stačiojo trikampio RNS įžambinę RS.



Sprendimas.

1) Trikampis RNS – statusis, todėl
$S_{RNS} = \frac{1}{2}RN \cdot NS = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6\,(\text{cm}^2)$.

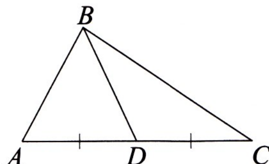
2) Kadangi NT yra aukštinė, tai $S_{RNS} = \frac{1}{2}RS \cdot NT$.
Turime, kad $S_{RNS} = 6\,\text{cm}^2$, $NT = 2{,}4$, todėl $6 = \frac{1}{2} \cdot RS \cdot 2{,}4$.
Iš čia $RS = 5\,\text{cm}$.

Atsakymas. 5 cm.

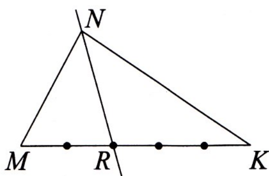
---

b) Stačiojo trikampio kraštinės lygios 5 cm, 12 cm ir 13 cm. Kam lygi trikampio aukštinė, nubrėžta į įžambinę?

113. a) Trikampio ABC pusiaukraštinė BD dalija jį į du trikampius: $\triangle ABD$ ir $\triangle BDC$. Palyginkite $S_{\triangle ABD}$ ir $S_{\triangle BDC}$.



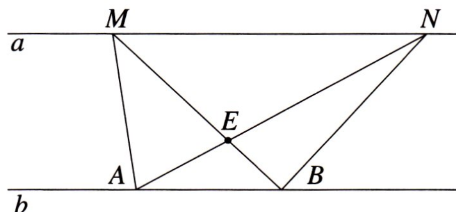
b) Per trikampio MNK viršūnę N išvesta tiesė NR kraštinę MK dalija santykiu 2 : 3. Raskite trikampių MNR ir RNK plotų santykį.



114. Brėžinyje tiesės a ir b yra lygiagrečios.

a) Palyginkite trikampių AMB ir ANB plotus;

b) Palyginkite trikampių AME ir ENB plotus.



115. 1) Nubraižykite bet kokį trikampį ABC.

2) Nubraižykite trikampį MNL, kurio kraštinė ML būtų 3 kartus ilgesnė už trikampio ABC kraštinę AC, o aukštinė NE – du kartus ilgesnė už trikampio ABC aukštinę BD.

3) Kiek kartų $S_{\triangle ABC}$ mažesnis už $S_{\triangle MNL}$?

116. a) Nubraižykite trikampį, kurio kraštinė lygi 7 cm, o aukštinė, nubrėžta į šią kraštinę, – 4 cm. Kiek tokių trikampių galima nubraižyti?

b) Nubraižykite trikampį, kurio aukštinė lygi 7 cm, plotas 28 cm^2 ir viena kraštinė 15 cm.

117. Apskaičiuokite:

a) $\left(3\frac{2}{3}-2\frac{5}{12}\right)\cdot 4-9$ b) $\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)$

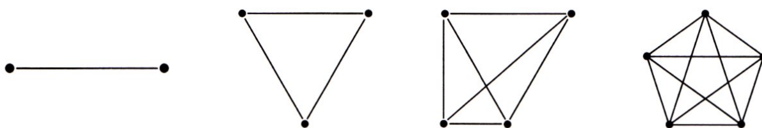
c) $-1{,}2+\frac{3}{5}+\frac{4}{9}\cdot\left(-1\frac{1}{8}\right)$ d) $\frac{5}{12}\cdot\left(-1\frac{13}{15}\right)+0{,}75-\frac{2}{3}$

118. Atskirai nupieštos 25 figūros – trikampiai ir keturkampiai. Kiek nupiešta trikampių ir kiek keturkampių, jeigu iš viso yra 85 kraštinės?

119. Plaukdami plaustu turistai pirmąją dieną įveikė $\frac{1}{5}$ viso maršruto, antrąją dieną – 0,23 maršruto, o trečiąją dieną – likusius 19 km. Koks buvo maršruto ilgis?

120. Mokinys pirmą dieną perskaitė $\frac{1}{3}$ knygos, antrą dieną – pusę likusios dalies, o trečiąją dieną baigė skaityti likusius 48 puslapius. Kiek puslapių yra knygoje?

121. Elena pažymi plokštumoje n taškų, kurių jokie trys nėra vienoje tiesėje, ir kiekvieną taškų porą sujungia atkarpomis.

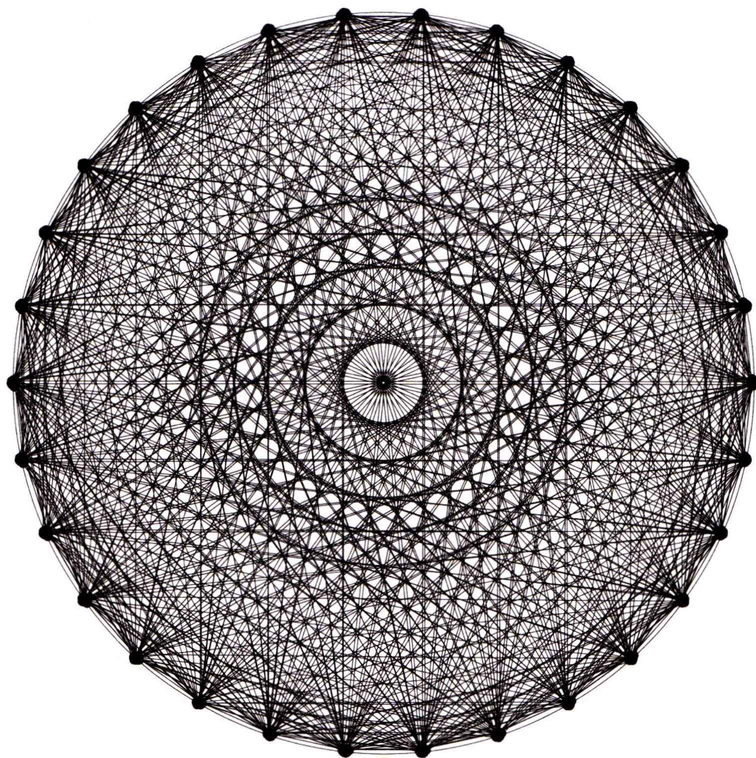


Skaičiuodama atkarpas, ji sudarė lentelę:

Taškų skaičius n	Atkarpų skaičius
2	1
3	$1+2$
4	$1+2+3$
5	$1+2+3+4$

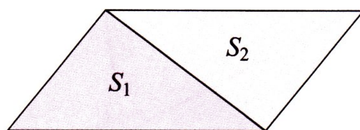
a) Pažymėkite sąsiuvinyje 6 taškus ir kiekvieną taškų porą sujunkite atkarpomis. Kiek gavote atkarpų?
b) Kiek bus atkarpų, jei paimsite 10 taškų?

Piešinyje matote, ką gauname sujungę atkarpomis 30 taškų.



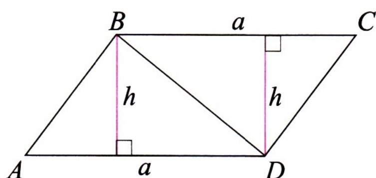
3 Lygiagretainio plotas

Lygiagretainio įstrižainė dalija jį į du trikampius. Todėl lygiagretainio plotas yra lygus tų trikampių plotų sumai.



$$S = S_1 + S_2$$

Nubraižykime lygiagretainį $ABCD$. Pažymėkime kraštinių AD ir BC ilgį raide a (lygiagretainio priešingos kraštinės yra lygios). Nubrėžkime įstrižainę BD. Ji lygiagretainį dalija į du trikampius ABD ir DBC.
Nubrėžkime tų trikampių aukštines h (kodėl tos aukštinės lygios?). Jos yra ir lygiagretainio aukštinės.



$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{DBC}$$

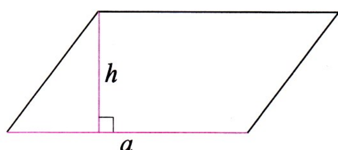
Apskaičiuokime trikampių ABD ir DBC plotus (S_{ABD} ir S_{DBC}):

$$S_{ABD} = \frac{1}{2}AD \cdot h = \frac{1}{2}ah; \qquad S_{DBC} = \frac{1}{2}BC \cdot h = \frac{1}{2}ah.$$

Lygiagretainio $ABCD$ plotas lygus trikampių ABD ir DBC plotų sumai:

$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{DBC};$$
$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}ah + \frac{1}{2}ah = ah.$$

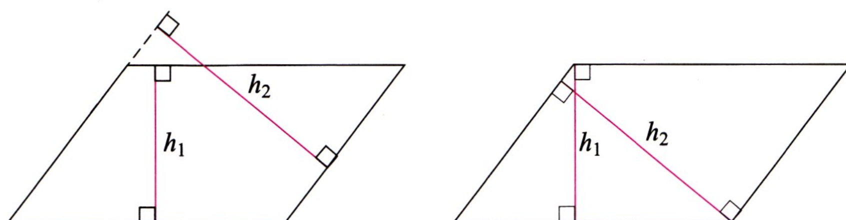
Taigi lygiagretainio plotą galima apskaičiuoti pagal formulę:



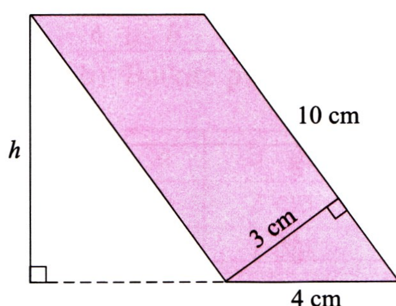
$$S = ah$$

Lygiagretainio plotas lygus jo kraštinės ir į ją išvestos aukštinės sandaugai.

Statmuo, išvestas iš bet kurio lygiagretainio kraštinės taško į tiesę, kurioje yra priešinga kraštinė, vadinamas *lygiagretainio aukštine*. Paprastai lygiagretainio aukštinės braižomos iš viršūnių.



1 UŽDAVINYS. Apskaičiuokite brėžinyje nuspalvinto lygiagretainio plotą ir aukštinę h.



Sprendimas.
Pagal lygiagretainio ploto formulę

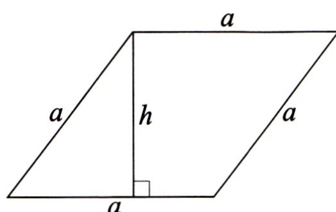
$$S = 10 \cdot 3 = 30\,(\text{cm}^2).$$

Kita vertus, $S = 4 \cdot h$. Todėl $30 = 4 \cdot h$.

Iš čia: $h = \frac{30}{4} = 7{,}5$ (cm).

Atsakymas. $S = 30\,\text{cm}^2$, $h = 7{,}5\,\text{cm}$.

2 UŽDAVINYS. Apskaičiuokite rombo aukštinę, jeigu jo perimetras lygus 24 dm, o plotas – 33 dm^2.



Sprendimas.
Kadangi rombo visos kraštinės lygios, tai jo perimetras $P = 4a$, todėl

$$a = \frac{P}{4} = \frac{24}{4} = 6 \text{ (dm)}.$$

Bet rombas yra lygiagretainis, jo plotas $S = ah$, todėl

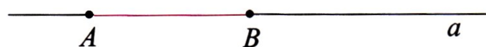
$$6 \cdot h = 33,\ h = \frac{33}{6} = 5{,}5 \text{ (dm)}.$$

Atsakymas. $h = 5{,}5\,\text{dm}$.

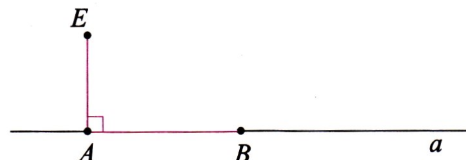
3 UŽDAVINYS. Nubraižykite lygiagretainį, kurio kraštinė AB lygi 3 cm, o aukštinė, nubrėžta į tą kraštinę, lygi 2 cm.

Sprendimas.

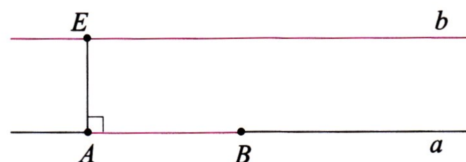
- Nubrėžiame tiesę a ir joje atidedame atkarpą $AB = 3\,\text{cm}$.



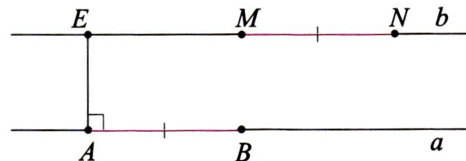
- Iš taško A iškeliame 2 cm ilgio statmenį AE.



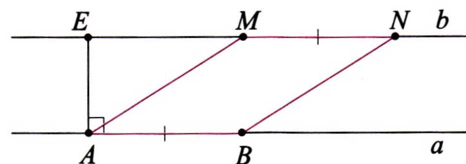
- Per tašką E nubrėžiame tiesę b, lygiagrečią tiesei a.



- Tiesėje b atidedame atkarpą $MN = AB$.



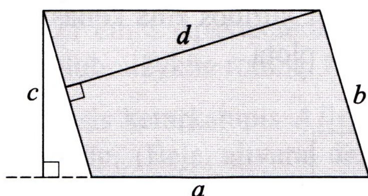
- Atkarpomis sujungiame taškus A ir M, B ir N. Keturkampis $AMNB$ – reikiamas lygiagretainis.



? Kiek tokių lygiagretainių galima nubraižyti? Ką galite pasakyti apie jų plotus?

Pratimai ir uždaviniai

122. Nubraižytas lygiagretainis, kurio gretimos kraštinės yra a ir b. Į tas kraštines nubrėžtos lygiagretainio aukštinės c ir d.



a) Kurie reiškiniai išreiškia nuspalvinto lygiagretainio plotą:
$a \cdot b$, $a \cdot c$, $c \cdot d$, $a \cdot d$, $b \cdot d$, $b \cdot c$?

b) Baikite pildyti lentelę.

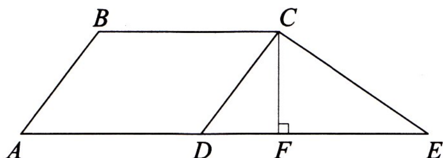
a	3 cm	...	...	4 cm	10 dm
b	2 cm	8 dm	...	1 dm	...
c	1 cm	30 cm	2 dm	...	...
d	...	6 dm	15 dm	...	8 dm
S	...cm^2	...dm^2	60 dm^2	50 cm^2	120 dm^2

123. a) Lygiagretainio viena kraštinė lygi 12 cm, o plotas – 67,2 cm^2. Raskite lygiagretainio aukštinę, nubrėžtą į tą kraštinę.

b) Lygiagretainio plotas lygus 96 cm^2, o kraštinės – 12 cm ir 15 cm. Apskaičiuokite lygiagretainio aukštines.

c) Lygiagretainio plotas lygus 192 cm^2, o jo aukštinės – 6 cm ir 8 cm. Apskaičiuokite lygiagretainio perimetrą.

124. Keturkampis $ABCE$ – trapecija, o keturkampis $ABCD$ – lygiagretainis. $AE = 32$ cm, $DE = 17$ cm, $CF = 14$ cm.
Apskaičiuokite trikampio DCE ir lygiagretainio $ABCD$ plotus.

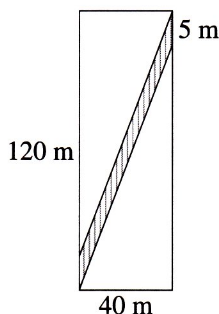


125. Nubraižykite koordinačių plokštumoje lygiagretainį $ABCD$ ir apskaičiuokite jo plotą, jei:

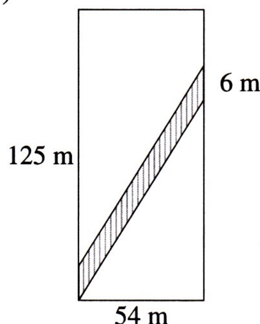
a) $A(-3; -1)$, $B(0; 2)$, $C(5; 2)$, $D(2; -1)$;
b) $A(-3; 1)$, $B(1; 1)$, $C(3; -2)$, $D(-1; -2)$;
c) $A(-1; 1)$, $B(2; 2)$, $C(2; -2)$, $D(-1; -3)$.

126. Brėžinyje pavaizduoti du žemės sklypai, per kuriuos eina kelias. Apskaičiuokite kiekvieno sklypo dirbamos žemės plotą.

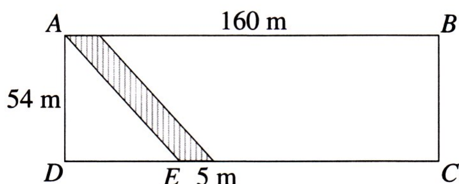
a)



b)



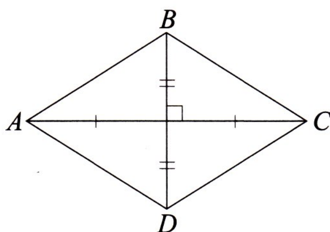
127. Kelias dalija sklypą į dvi dalis, kurių vienos plotas yra 5 kartus didesnis už kitą. Apskaičiuokite dirbamos žemės plotą. Raskite atstumą DE.



128. Lygiagretainio $ABCD$ plotas lygus 64 cm^2, o įstrižainės susikerta taške O. Apskaičiuokite plotus trikampių:

a) ABC, ADC, BCD, ADB; b) AOB, BOC, COD, DOA.

129. a) Rombo $ABCD$ įstrižainės $AC = d_1$, o $BD = d_2$. Įsitikinkite, kad rombo plotą galima apskaičiuoti pagal formulę $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$.



b) Pagal gautą formulę apskaičiuokite rombo, kurio įstrižainės 12 cm ir 20 cm, plotą.

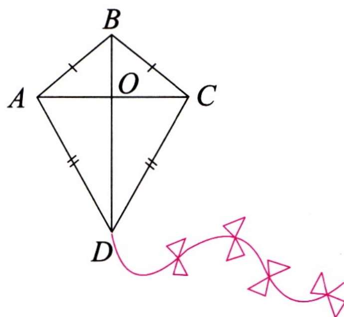
c) Kvadrato įstrižainė lygi d. Parašykite formulę kvadrato plotui apskaičiuoti.

d) Apskaičiuokite kvadrato plotą, jei jo įstrižainė lygi 1 m.

130. a) Viena rombo įstrižainė 1,5 karto ilgesnė už kitą, o rombo plotas lygus 27 cm^2. Apskaičiuokite rombo įstrižaines.

b) Nubraižykite rombą, kurio viena įstrižainė lygi 9 cm, o plotas – 27 cm^2.

131. Iškilasis keturkampis $ABCD$, kurio $AB = BC$ ir $AD = DC$, vadinamas deltoidu. (Beje, aitvarai dažniausiai daromi būtent tokios formos.)



a) Įsitikinkite, kad $AC \perp BD$.

b) Įsitikinkite, kad deltoido plotą galima apskaičiuoti pagal formulę

$$S = \frac{AC \cdot BD}{2}.$$

132. a) Vienas iš dviejų dėmenų 7 kartus didesnis už kitą, o jų suma lygi 14,4. Raskite dėmenis.

b) Dviejų skaičių suma lygi 72,9. Pirmasis skaičius 8 kartus mažesnis už antrąjį. Raskite skaičius.

c) Turinys 4 kartus didesnis už atėminį, skirtumas lygus 12,738. Raskite turinį ir atėminį.

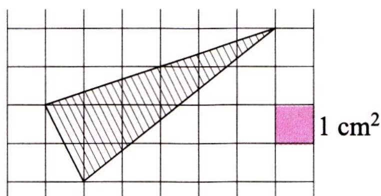
d) Atėminys 6 kartus mažesnis už turinį, skirtumas lygus 10,385. Raskite turinį ir atėminį.

133. Išspręskite lygtis:

a) $x + \frac{5}{18} = \frac{7}{20}$ b) $6\frac{11}{24} - x = 5\frac{5}{8}$ c) $\frac{33}{56} + y = \frac{25}{42}$

d) $\frac{11}{90} - t = \frac{5}{18}$ e) $\left(2\frac{4}{5}x - 50\right) \cdot \frac{3}{2} = 51$ f) $\left(4\frac{1}{2} - 2x\right) \cdot 3\frac{2}{3} = \frac{11}{15}$

134. Koks pavaizduoto trikampio plotas?



135. Iš eilės rašome puslapių numerius 3, 4, 5, . . . , 143. Kiek iš viso parašyta skaitmenų?

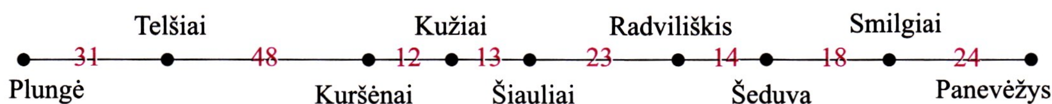
136. Iš trijų skirtingo galingumo ekskavatorių pirmas, dirbdamas atskirai, gali iškasti tranšėją per 10 h, antras – per 12 h ir trečias – per 15 h. Per kiek valandų jie iškastų tą pačią tranšėją, dirbdami kartu?

137. Tarp Smilgių ir Panevėžio yra 24 km. Tuo pačiu metu iš Smilgių Šiaulių kryptimi išvažiavo sunkvežimis 60 km/h greičiu, o iš Panevėžio paskui sunkvežimį lengvasis automobilis 72 km/h greičiu.

a) Per kiek laiko lengvasis automobilis pavys sunkvežimį?

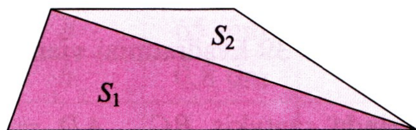
b) Kaip toli nuo Panevėžio bus nuvažiavęs lengvasis automobilis, kai pavys sunkvežimį?

c) Pagal schemą nustatykite sunkvežimio pavijimo vietą.



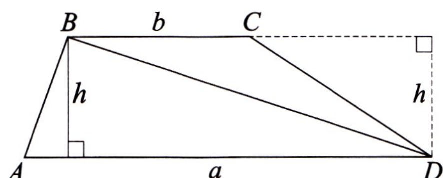
4 Trapecijos plotas

Trapecijos įstrižainė dalija trapeciją į du trikampius. Trapecijos plotą apskaičiuosime radę tų trikampių plotų sumą.



$$S = S_1 + S_2$$

Nubraižykime trapeciją $ABCD$. Jos pagrindus pažymėkime a ir b. Nubrėžkime trapecijos įstrižainę BD. Ji trapeciją dalija į du trikampius ABD ir DBC. Nubrėžkime tų trikampių aukštines h. Jos yra ir trapecijos aukštinės.



$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{DBC}$$

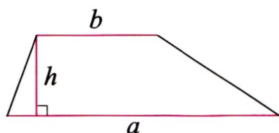
$$S_{ABD} = \frac{1}{2}AD \cdot h = \frac{1}{2}ah;$$

$$S_{DBC} = \frac{1}{2}BC \cdot h = \frac{1}{2}bh.$$

$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{DBC};$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}ah + \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}(a+b)h = \frac{a+b}{2}h.$$

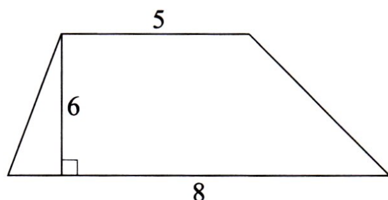
Taigi trapecijos plotą galima apskaičiuoti pagal formulę:



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Trapecijos plotas lygus pagrindų sumos pusės ir aukštinės sandaugai.

1 UŽDAVINYS. Apskaičiuokite nubraižytos trapecijos plotą.

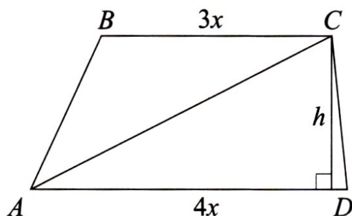


Sprendimas.
Pagal trapecijos ploto formulę

$$S = \frac{8+5}{2} \cdot 6 = 13 \cdot 3 = 39.$$

Atsakymas. 39 kvadratiniai vienetai.

2 UŽDAVINYS. Trapecijos $ABCD$ pagrindų santykis $BC : AD = 3 : 4$. Apskaičiuokite trapecijos plotą, jeigu trikampio ACD plotas lygus 40 cm^2.



Sprendimas.
Pagrindo BC ilgį patogu žymėti $3x$, tada pagrindo AD ilgis bus $4x$. Nubrėžkime trapecijos aukštinę h. Tuomet trapecijos plotas bus

$$S_{ABCD} = \frac{4x+3x}{2} \cdot h = \frac{7}{2}x \cdot h.$$

Trapecijos aukštinė h yra ir trikampio ACD aukštinė, todėl

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot 4x \cdot h = 2x \cdot h = 40\,(\text{cm}^2).$$

Iš čia: $x \cdot h = 20$. Šią sandaugos $x \cdot h$ reikšmę įrašę į trapecijos ploto išraišką, gauname: $S = \frac{7}{2} \cdot 20 = 70$ (cm^2).

Atsakymas. 70 cm^2.

Pratimai ir uždaviniai

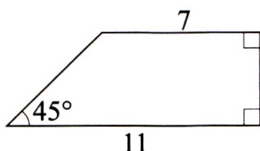
138. Trapecijos pagrindai yra a ir b, aukštinė – h, o plotas – S. Užpildykite lentelę:

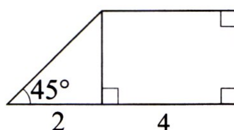
a	7,5 cm	3,7 dm	15 m	0,5 km
b	65 mm	6,3 dm	...	...
h	0,8 dm	...	60 m	300 m
S	...	25 dm^2	12 a	0,3 km^2

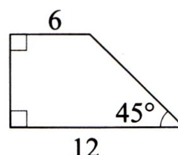
139. Koordinačių plokštumoje nubraižykite trapeciją $ABCD$ ir apskaičiuokite jos plotą, kai:

a) $A(-3; -1)$, $B(1; 2)$, $C(4; 2)$, $D(7; -1)$;
b) $A(-1; -2)$, $B(-4; 3)$, $C(5; 3)$, $D(2; -2)$;
c) $A(-1; -1)$, $B(-1; 5)$, $C(4; 2)$, $D(4; -2)$.

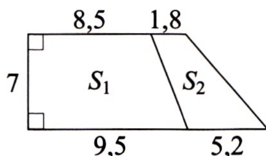
140. Raskite trapecijų plotus.

a)


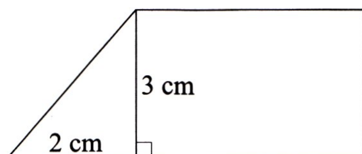
b)


c)


141. Raskite plotus S_1 ir S_2.



142. Raskite stačiosios trapecijos pagrindus, jei jos plotas lygus 18 cm^2.



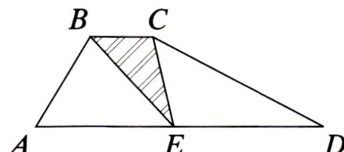
143. a) Vienas trapecijos pagrindas 5 cm ilgesnis už kitą. Apskaičiuokite trapecijos pagrindus, jeigu jos aukštinė lygi 6 cm, o plotas – 75 cm^2.

b) Trapecijos aukštinė 3 kartus ilgesnė už vieną pagrindą ir 2 kartus trumpesnė už kitą pagrindą. Apskaičiuokite trapecijos pagrindus ir aukštinę, jeigu jos plotas lygus 168 cm^2.

144. a) Lygiašonės trapecijos pagrindai lygūs 12 cm ir 26 cm, o kampas prie pagrindo 45°. Apskaičiuokite trapecijos plotą.

b) Lygiašonės trapecijos įstrižainė smailųjį kampą dalija pusiau. Trapecijos pagrindų santykis 7 : 9. Raskite trapecijos plotą, jeigu jos aukštinė lygi 12 cm, o perimetras – 60 cm.

145. Duota: $ABCD$ – trapecija, $AD = 5BC$,
$S_{BEC} = 25$ cm^2.
Raskite: S_{ABCD}.



146. a) Raskite du skaičius, jei vienas skaičius didesnis už kitą 25 vienetais, arba 20%.

b) Raskite du skaičius, jei vienas skaičius mažesnis už kitą 30 vienetų, arba 10%.

147. Automobilis važiavo plentu 2,4 valandos 90 km/h greičiu, po to vieškeliu 1,2 valandos 55 km/h greičiu. Miško keliu jis važiavo 0,2 valandos 30 km/h greičiu. Raskite vidutinį automobilio greitį visos kelionės metu. Atsakymą suapvalinkite iki vienetų.

148. Kai pirmasis vėžlys ėmė vytis antrąjį, atstumas tarp vėžlių buvo 2 m. Koks bus atstumas tarp jų po t minučių, jei pirmojo vėžlio greitis 120 cm per minutę, o antrojo – 100 cm per minutę? Po kelių minučių pirmasis vėžlys pavys antrąjį?

149. Apskaičiuokite reiškinio $(a - 4b) \cdot c$ reikšmę, kai:

a) $a = -5$; $b = 2$; $c = 0{,}65$ b) $a = 4{,}2$; $b = 5$; $c = -8{,}4$

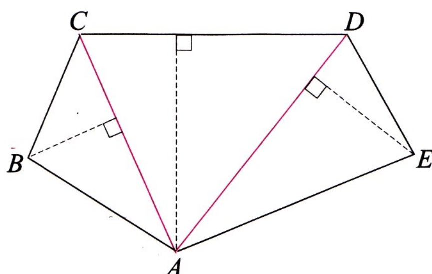
c) $a = \frac{1}{5}$; $b = -2\frac{1}{4}$; $c = \frac{11}{15}$ d) $a = -3\frac{3}{7}$; $b = 5\frac{2}{7}$; $c = 6\frac{4}{7}$

150. a) Dviejų skaičių suma lygi $15\frac{1}{5}$. Jeigu pirmąjį skaičių sumažinsime $3\frac{1}{10}$, o antrąjį padidinsime $3\frac{1}{10}$, tai gauti skaičiai bus lygūs. Raskite kiekvieną skaičių.

b) Dviejų skaičių suma lygi $8\frac{11}{14}$, o jų skirtumas $2\frac{3}{7}$. Raskite šiuos skaičius.

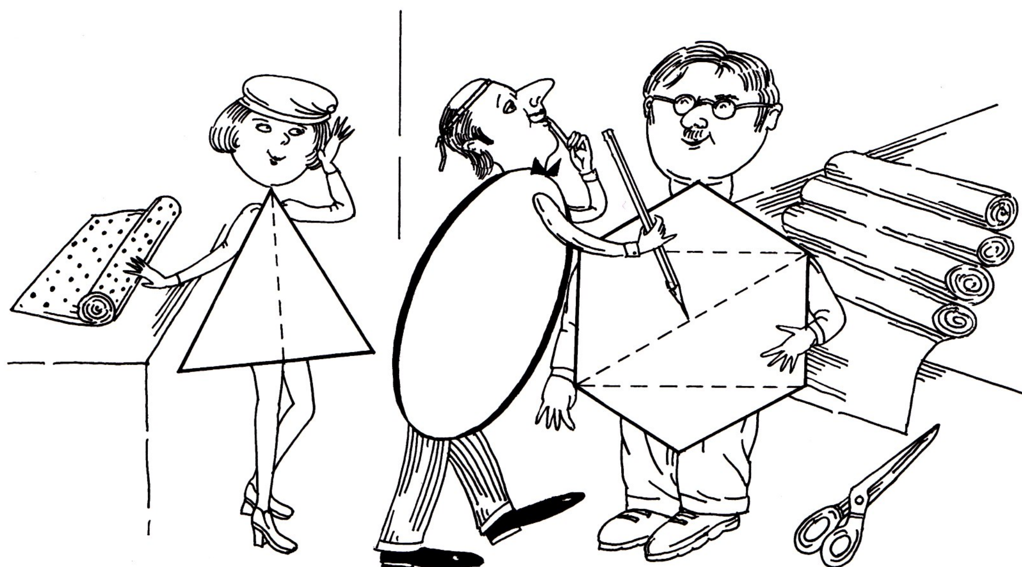
5 Daugiakampio plotas

Apskaičiuoti daugiakampio plotą nesunku: įstrižainėmis daugiakampį padalijame į trikampius, o jų plotus skaičiuoti mokame. Pavyzdžiui, penkiakampio plotą galima apskaičiuoti iš bet kurios jo viršūnės nubrėžus visas įstrižaines ir penkiakampį padalijus į tris trikampius. Penkiakampio plotas lygus tų trikampių plotų sumai.

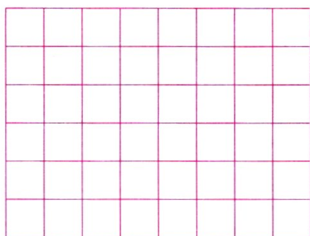
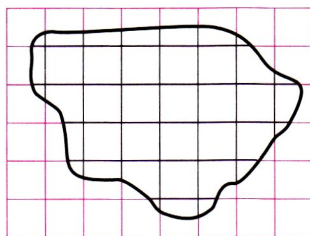


$$S_{ABCDE} = S_{ABC} + S_{ACD} + S_{ADE}$$

? Išmatavę reikiamus elementus, apskaičiuokite brėžinyje pavaizduoto penkiakampio plotą.



Kai apskaičiuoti figūros plotą nereikia labai tiksliai, o ypač kai figūra yra apribota kreiva linija, jos plotą galima išmatuoti *palete*.
Paletė – tai permatoma plokštelė, padengta kvadratų tinkleliu, kurių kraštinė lygi pasirinktam ilgio vienetui.

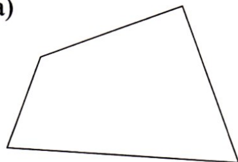
Ši plokštelė uždedama ant figūros, kurios plotą reikia apskaičiuoti.
Pirmiausia apskaičiuojame, kiek kvadratukų pilnai telpa duotoje figūroje; brėžinyje jų yra 15. Po to apskaičiuojame, kelis kvadratėlius kerta figūros kontūras; brėžinyje jų yra 24. Kiekvieną nepilną kvadratą laikysime puse kvadrato. Todėl nepilnų kvadratų plotas yra lygus $24 : 2 = 12$ kvadratinių vienetų. Taigi duotosios figūros plotas apytiksliai lygus $15 + 12 = 27$ kvadratiniams vienetams. Jeigu paletės kvadrato kraštinės ilgis 1 cm, tai figūros plotas – $27\,\text{cm}^2$.
Kuo paletės kvadratėliai mažesni, tuo tiksliau galima apskaičiuoti plotą.

Pratimai ir uždaviniai

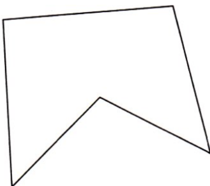
151. Nusibraižykite sąsiuvinyje bet kokį šešiakampį ir padalykite jį į trikampius. Išmatavę reikiamus elementus apskaičiuokite šešiakampio plotą.

152. Plane, kurio mastelis 1 : 1 000, pavaizduoti žemės sklypai.

a)



b)

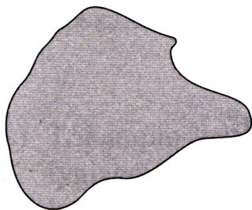


Išmatavę reikiamus elementus, apskaičiuokite sklypų plotus.

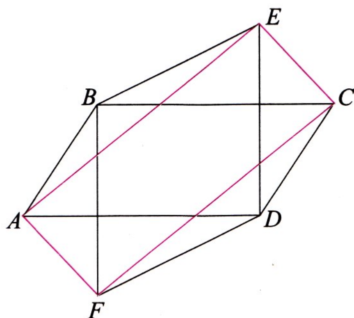
153. *Praktinė užduotis.*

1) Pasidarykite paletę, kurios kvadratėlio kraštinės ilgis 0,5 cm.
2) Naudodamiesi palete, įvertinkite **152** uždavinyje pavaizduotų figūrų plotus. Palyginkite gautus rezultatus su apskaičiuotais tų figūrų plotais.

154. Plane, kurio mastelis 1 : 2 500, pavaizduotas ežeras. Palete apskaičiuokite jo plotą.

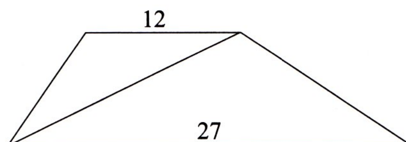


155. Keturkampiai $ABCD$ ir $BEDF$ yra lygiagretainiai. Įsitikinkite, kad keturkampis $AECF$ yra lygiagretainis.

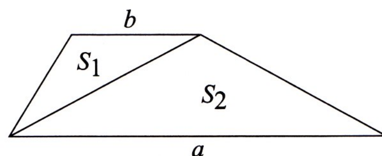


Nurodymas. Remkitės lygiagretainio įstrižainių savybe.

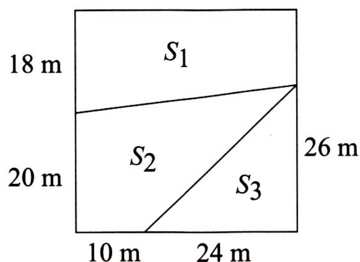
156. a) Apskaičiuokite trikampių, į kuriuos įstrižainė dalija trapeciją, plotų santykį.



b) Duota: $S_1 : S_2 = 1 : 2$. Raskite trapecijos pagrindų santykį $b : a$.



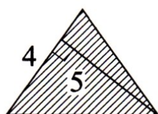
157. Apskaičiuokite S_1, S_2, S_3.



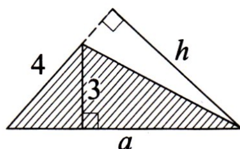
Pasitikrinkite

1. Apskaičiuokite:

a) S?

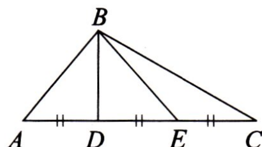


b) $S = 24$; a?, h?

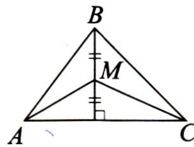


2. Koordinačių plokštumoje nubraižykite keturkampį $ABCD$, kai $A(-6; 4)$, $B(3; 4)$, $C(3; 0)$ ir $D(-1; -3)$. Apskaičiuokite trikampių DBC, ABD, ABC ir ACD plotus.

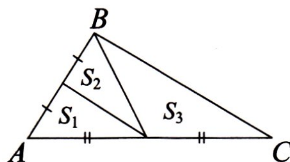
3. a) $S_{ABC} = 42$ cm^2, $S_{BCD} = ?$



b) $S_{ABC} = 42$ cm^2, $S_{AMC} = ?$



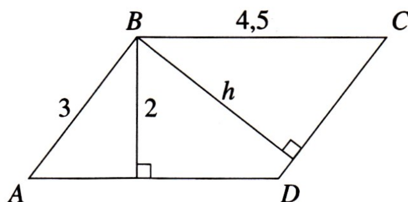
c) Trikampio ABC plotas 124 cm^2. Raskite S_1, S_2 ir S_3.



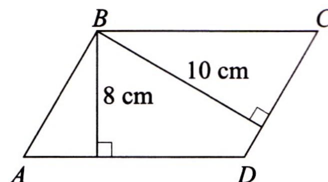
4. a) Dviejų trikampių aukštinės yra lygios. Pirmojo trikampio kraštinė, į kurią nubrėžta aukštinė, yra 2 kartus ilgesnė už antrojo trikampio atitinkamą kraštinę. Kiek kartų pirmojo trikampio plotas didesnis už antrojo trikampio plotą?

b) Dviejų trikampių kraštinės, į kurias nubrėžtos aukštinės, yra lygios. Pirmojo trikampio aukštinė 3 kartus trumpesnė už antrojo trikampio aukštinę. Palyginkite tų trikampių plotus.

5. a) Keturkampis $ABCD$ – lygiagretainis. Raskite h.



b) Lygiagretainio kraštinė AD yra 4 cm ilgesnė už kraštinę AB. Apskaičiuokite lygiagretainio perimetrą.

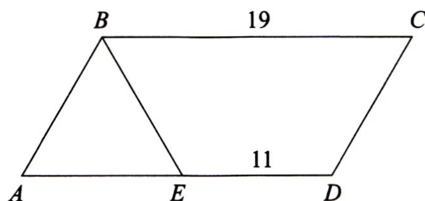


6. a) Trikampio ir lygiagretainio plotai yra lygūs. Palyginkite trikampio ir lygiagretainio aukštines, jei žinoma, kad trikampio ir lygiagretainio kraštinės, į kurias nubrėžtos aukštinės, yra lygios.

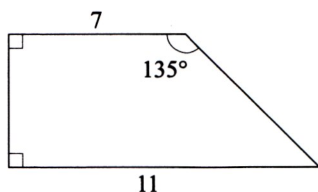
b) Trikampio kraštinė yra lygi lygiagretainio kraštinei. Trikampio aukštinė, nubrėžta į tą kraštinę, yra 3 kartus ilgesnė už lygiagretainio aukštinę. Palyginkite trikampio ir lygiagretainio plotus.

7. Per kiekvieną trikampio viršūnę nubrėžta tiesė, lygiagreti priešingai kraštinei. Šios tiesės susikirsdamos sudaro trikampį. Apskaičiuokite jo plotą, kai duotojo trikampio plotas lygus 12 cm^2.

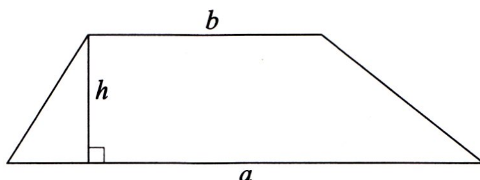
8. Keturkampis $ABCD$ – lygiagretainis, $S_{BCDE} = 105$. Apskaičiuokite trikampio ABE plotą.



9. a) Raskite trapecijos plotą.



b) Pavaizduotos trapecijos plotas lygus 140 cm^2, aukštinė $h = 7$ cm, $b : a = 3 : 5$. Raskite a ir b.



10. Rombo plotas – 56 dm^2, o įstrižainė lygi 14 dm. Apskaičiuokite kitą rombo įstrižainę.

11. a) Lygiašonės trapecijos perimetras lygus 42 m, o ilgesnysis pagrindas – 15 m. Apskaičiuokite trapecijos plotą, jeigu smailųjį kampą įstrižainė dalija pusiau, o aukštinė lygi 4 m.

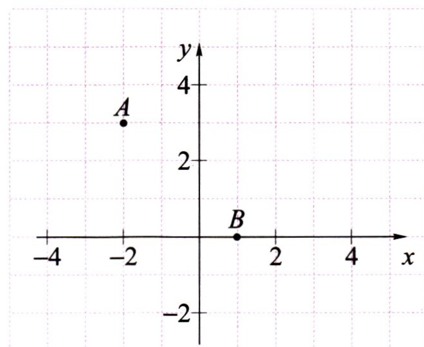
b) Lygiašonės trapecijos aukštinė lygi 6 cm, o plotas 72 cm^2. Apskaičiuokite trapecijos pagrindus, jeigu jos apatinis pagrindas 6 cm ilgesnis už viršutinį.

12. Parašykite skaičius $-\frac{1}{6}$; $-\frac{2}{3}$; $-\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{2}$:

a) didėjimo tvarka; b) mažėjimo tvarka.

13. Kurie iš koordinačių plokštumos taškų $C(-3; 4)$, $D(-1; 0)$, $E(0; 1)$, $F(0; 0)$, $G(2; -1)$ priklauso:

a) atkarpai AB;
b) tiesei AB;
c) spinduliui AB?



14. Automobilis 1,5 h važiavo 80 km/h greičiu ir 2,5 h – 60 km/h greičiu.

a) Kokį atstumą iš viso nuvažiavo automobilis?
b) Koks automobilio važiavimo vidutinis greitis?

15. Išspręskite lygtį ir sprendinį patikrinkite:

a) $5x - (x - 3) = 1$; b) $5(x - 3) - 7x = 5$.

16. Iš 40 cm ilgio vielos reikia išlankstyti stačiakampio formos rėmelį taip, kad jo ilgis būtų 3 kartus didesnis už plotį. Kokio ilgio turi būti rėmelio kraštinės?

17. Saulius dvigubai vyresnis už Paulių. Prieš 3 metus Sauliui buvo x metų. Kiek metų Pauliui dabar?

A $2x - 3$ **B** $2x + 3$ **C** $\frac{x}{2} - 3$ **D** $\frac{x}{2} + 3$ **E** $3x + 2$ **F** $\frac{x+3}{2}$

18. Apskaičiuokite skaičių $-\frac{1}{2}$ ir 3:

a) kvadratų skirtumą; b) skirtumo kvadratą.

19. a) Kiek minučių sudaro 10% valandos?
b) Kiek sekundžių sudaro 3% valandos?

9 TEIGINIAI



1 Teisingi ir klaidingi teiginiai

Mes kalbame sakiniais. Vienais sakiniais ką nors tvirtiname, kitais – ne. Pavyzdžiui, sakiniai: „Ar šiandien šalta?“, „Tylos!“ nėra tvirtinimai.

Išnagrinėkime keletą tvirtinimų:

1. Vilnius yra Lietuvos sostinė.
2. Nėra skaičių, dalių iš 13.
3. Kubas turi 12 briaunų ir 6 sienas.
4. Skaičius 5 mažesnis už 7 (arba: $5 < 7$).
5. Skaičiaus π milijonasis skaitmuo po kablelio yra 5.
6. Trys plius x daugiau už 1 (arba: $3 + x > 1$).
7. Tenisas – įdomesnis už badmintoną žaidimas.

Teiginys – tai toks tvirtinimas, apie kurį galima pasakyti, kad jis teisingas arba klaidingas.

Vadinasi, kiekvienas teiginys turi būti arba teisingas, arba klaidingas; teiginys negali vienu metu būti ir teisingas, ir klaidingas. Iš karto aišku, kad 1-as ir 4-as tvirtinimai yra teisingi teiginiai, o 2-as – klaidingas teiginys. Suskaičiavę kubo briaunas ir sienas, įsitikiname, kad 3-ias tvirtinimas yra teisingas teiginys. Ar 5-as tvirtinimas yra teisingas teiginys, galima nustatyti, radus skaičiaus π milijonąjį skaitmenį po kablelio. 6-ame tvirtinime yra nežinomasis x. Su vienomis x reikšmėmis šis tvirtinimas yra teisingas, o su kitomis – klaidingas. Vadinasi, šis tvirtinimas nėra teiginys.
7-as tvirtinimas taip pat nėra teiginys, nes neįmanoma pasakyti, ar jis teisingas, ar klaidingas.



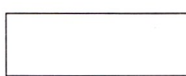
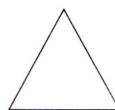
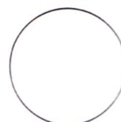
Pratimai ir uždaviniai

158. Kurie iš šių sakinių yra tvirtinimai? Kurie tvirtinimai yra teiginiai?
a) Visos lietuvaitės yra ilgakasės.
b) Tauragnas yra giliausias Lietuvos ežeras.
c) Valio!
d) Naujųjų metų naktį švies saulė.
e) Ar mėgsti žvejoti?
f) Liūdnų žmonių daugiau nei linksmų.
g) Visi paukščiai – vanagai.
h) Žemė – vienintelė planeta, kurioje yra gyvybė.
i) 2013 metais bus pasaulio pabaiga.
j) Nemeluok!

159. Sugalvokite keletą tvirtinimų, kurie:
a) yra teisingi teiginiai;
b) yra klaidingi teiginiai;
c) nėra teiginiai.

160. Ar teisingi šie matematiniai teiginiai:
a) $12 + (-15) > 0$.
b) $-1^2 = (-1)^2$.
c) Kiekvienas lyginis skaičius dalijasi iš dviejų.
d) $-3^3 = (-3)^3$.
e) Dviejų gretimų lyginių natūraliųjų skaičių sandauga dalijasi iš 4.
f) Kryžminiai kampai yra lygūs.
g) Lygiašonio trikampio kampai prie pagrindo yra lygūs.
h) Trikampio aukštinės arba jų tęsiniai susikerta viename taške.
i) $x^2 \geqslant 0$.
j) $0 \cdot x = 1$.
k) $x + 3 \geqslant 4$ visiems x.

161. Pasižiūrėję į brėžinį, pasakykite keletą teisingų teiginių, prasidedančių taip:
a) Visos šios figūros ...
b) Nė viena iš šių figūrų ...
c) Kai kurios iš šių figūrų ...
d) Viena figūra ...

2 Aksioma, apibrėžimas, teorema

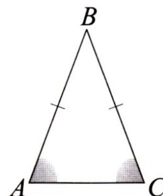
Panagrinėkime dar keletą sakinių:

1. Lygiagretainiu vadinamas keturkampis, kurio priešingosios kraštinės yra lygiagrečios.
2. Jeigu trikampis yra lygiašonis, tai jo kampai prie pagrindo yra lygūs.
3. Per bet kuriuos du taškus galima nubrėžti tik vieną tiesę.

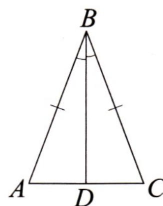
Pirmas sakinys yra lygiagretainio apibrėžimas. Jame nurodytos lygiagretainio savybės, išskiriančios jį iš visų keturkampių.
Apibrėždami sąvokas, naudojamės kitomis sąvokomis; pavyzdžiui, apibrėždami lygiagretainį, naudojamės kraštinės sąvoka. Kraštinės sąvoką vėl reikia apibrėžti. Bet tai negali tęstis be galo, taigi prireikia pirminių, neapibrėžiamų sąvokų. Pirminių sąvokų pavyzdžiai: taškas, tiesė, plokštuma, natūralusis skaičius.

Antras sakinys yra teiginys. Jo teisingumu įsitikinsime remdamiesi kitais žinomais teisingais teiginiais.

- Duotas lygiašonis trikampis ABC, $AB = BC$. Reikia įsitikinti, kad $\angle A = \angle C$.



- Nubrėžkime pusiaukampinę BD į jo pagrindą AC. Trikampiai ABD ir CBD yra lygūs pagal dvi kraštines ir kampą tarp jų (nes $AB = BC$, BD – bendra, $\angle ABD = \angle CBD$). Todėl $\angle BAD = \angle BCD$.



Teiginys, kurio teisingumas grindžiamas įrodymu, vadinamas teorema.

Teoremos dažniausiai formuluojamos prijungiamaisiais sakiniais. Pirmoji sakinio dalis, prasidedanti žodžiu „jei(gu)“, vadinama teoremos *sąlyga*, o antroji dalis, prasidedanti žodžiu „tai“, – teoremos *išvada*.
Sukeitę teoremoje sąlygą su išvada vietomis, gausime teoremą, atvirkštinę duotajai.

Pateiksime keletą pavyzdžių.

Tiesioginė teorema	Atvirkštinė teorema
Jeigu trikampis yra lygiašonis, tai trikampio kampai prie pagrindo yra lygūs.	Jeigu trikampio kampai prie pagrindo yra lygūs, tai trikampis yra lygiašonis.
Jei skaičius dalijasi iš 3, tai skaičiaus skaitmenų suma dalijasi iš 3.	Jei skaičiaus skaitmenų suma dalijasi iš 3, tai skaičius dalijasi iš 3.
Jeigu keturkampis yra lygiagretainis, tai jo įstrižainės susikirsdamos dalija viena kitą pusiau.	Jeigu keturkampio įstrižainių susikirtimo taškas jas dalija pusiau, tai tas keturkampis yra lygiagretainis.
Jei dvi tieses perkirtus trečiąja tiese susidarę vidaus priešiniai kampai yra lygūs, tai tos dvi tiesės yra lygiagrečios.	Jeigu tiesės yra lygiagrečios, tai tas tieses perkirtus trečiąja tiese susidarę vidaus priešiniai kampai yra lygūs.

Ne kiekvienai teoremai atvirkštinis teiginys yra teisingas.
Pavyzdžiui, teoremai „Jei skaičius dalijasi iš 9, tai jis dalijasi iš 3“ atvirkštinis teiginys „Jei skaičius dalijasi iš 3, tai jis dalijasi iš 9“ yra klaidingas.

Įrodinėdami teoremą „Jei trikampis lygiašonis, tai jo kampai prie pagrindo yra lygūs“, rėmėmės kitu teisingu teiginiu: „Du trikampiai yra lygūs, jei tų trikampių kraštinės ir kampai tarp jų yra atitinkamai lygūs“. Pastarąjį teiginį irgi reikia įrodyti, ir taip toliau. Bet joks įrodymas negali tęstis be galo, todėl reikalingi teiginiai, kurie laikomi teisingais be įrodymo. Tokie teiginiai vadinami *aksiomomis* (graikiškai žodis *aksioma* reiškia akivaizdžią tiesą).
Trečiasis teiginys yra aksioma.

Pateikiame keletą geriau žinomų aksiomų:

- Kad ir kokia būtų tiesė, yra taškų, priklausančių tai tiesei, ir taškų, nepriklausančių tai tiesei.
- Per du taškus galima nubrėžti tik vieną tiesę.
- Plokštumoje per tašką, nepriklausantį tiesei, galima nubrėžti vienintelę tiesę, lygiagrẽčią tai tiesei (ši aksioma vadinama lygiãgrečių aksioma).
- Po kiekvieno natūraliojo skaičiaus eina vienetu už jį didesnis natūralusis skaičius.

Pratimai ir uždaviniai

162. Pasakykite apibrėžimą:

a) trikampio;
b) lygiagrečių tiesių;
c) iškilojo keturkampio;
d) lygių figūrų;
e) kryžminių kampų;
f) kvadratinės šaknies;
g) lygties sprendinio;
h) procento.

163. Pasakykite teoremos sąlygą ir išvadą.

a) Jeigu dvi tieses perkirtus trečiąja susidarę atitinkamieji kampai yra lygūs, tai tos dvi tiesės yra lygiagrečios.
b) Jeigu trikampis yra lygiašonis, tai aukštinės, nubrėžtos į šonines kraštines, yra lygios.
c) Jeigu vieno trikampio kraštinės yra atitinkamai lygios kito trikampio kraštinėms, tai tie trikampiai yra lygūs.
d) Jeigu du skaičiai dalijasi iš 7, tai jų suma taip pat dalijasi iš 7.

164. Pabaikite teoremas.

a) Jeigu vieno trikampio kraštinė ir du kampai prie jos yra atitinkamai lygūs kito trikampio kraštinei ir kampams prie jos, tai ...
b) Jeigu lyginį skaičių pakelsime kvadratu, tai ...

165. Duotuosius teiginius suformuluokite pagal schemą „Jei ..., tai ...“.

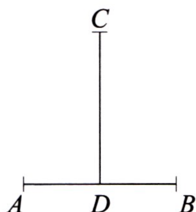
a) Lygiašoniame trikampyje į pagrindą išvestos pusiaukampinė ir pusiaukraštinė sutampa.
b) Lygiagretainis, kurio įstrižainės statmenos, yra rombas.
c) Lyginio skaičiaus kvadratas dalijasi iš 4.
d) Nulio ir bet kurio skaičiaus sandauga lygi nuliui.

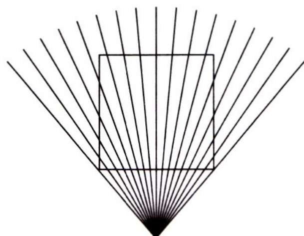
166. Pateiktiems teiginiams suformuluokite atvirkštinius. Kurie iš jų teisingi?

a) Jeigu skaičiaus skaitmenų suma dalijasi iš 9, tai ir skaičius dalijasi iš 9.
b) Jeigu skaičiaus paskutinis skaitmuo yra 0, tai skaičius dalijasi iš 5.

3 Įrodymas

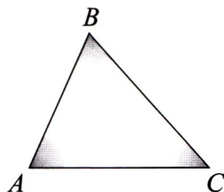
Įrodant teoremas remiamasi loginiais samprotavimais, o ne, sakysime, vaizdumu ar matavimais.
Pavyzdžiui, sprendžiant iš pirmojo brėžinio atrodytų, kad atkarpa CD yra ilgesnė už atkarpą AB, o kitame brėžinyje gali atrodyti, kad nubraižyta trapecija, o ne kvadratas.





Anksčiau matuodami įsitikinome, kad trikampio kampų suma lygi $180°$. Dabar šio teiginio (teoremos) teisingumą įrodysime.
Įrodinėdami teoremas dažnai teoremos *sąlygą* ir *išvadą* užrašome trumpiau – *duota*, *įrodyti*.

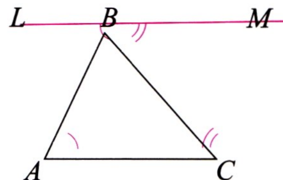
Teorema. *Trikampio kampų suma lygi* $180°$.



Duota: $\triangle ABC$.
Įrodyti: $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$.

Įrodymas. Per tašką B brėžiame tiesę LM, lygiagrečią AC.

$\angle LBA = \angle BAC$, nes tai vidaus priešiniai kampai, susidarę lygiagrečias tieses LM ir AC perkirtus AB.



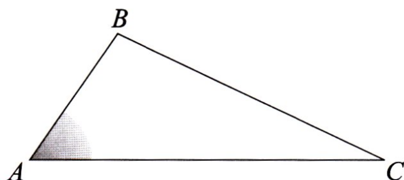
$\angle MBC = \angle BCA$, nes tai vidaus priešiniai kampai, susidarę lygiagrečias tieses LM ir AC perkirtus CB.

$$\angle A + \angle B + \angle C = \angle LBA + \angle ABC + \angle CBM = \angle LBM = 180°.$$

? Įrodykite, kad iškilojo keturkampio kampų suma lygi $360°$.

Įrodykime dar vieną teoremą.

Teorema. *Kiekviename trikampyje bent du kampai yra smailieji.*



Duota: $\triangle ABC$.
Įrodyti: bent du kampai yra smailieji.

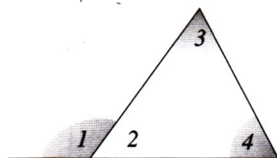
Įrodymas. Tarkime, kad trikampyje ABC tik vienas kampas, pavyzdžiui, A, yra smailusis ($\angle A < 90°$). Tuomet kiekvienas iš kampų $\angle B$ ir $\angle C$ yra arba statusis, arba bukasis ($\angle B \geqslant 90°$, $\angle C \geqslant 90°$). Vadinasi, kampų B ir C suma bus didesnė arba lygi 180° ($\angle B + \angle C \geqslant 180°$). Tačiau tai prieštarauja ką tik įrodytai teoremai, kad trikampio kampų suma lygi 180°. Vadinasi, prielaida, kad trikampyje tik vienas kampas smailusis, yra neteisinga. Taigi kiekvieno trikampio bent du kampai yra smailieji.

Įrodinėdami šią teoremą, taikėme samprotavimo metodą, kuris vadinamas *prieštaros metodu*. Įrodinėdami prieštaros metodu darome prielaidą, priešingą teiginiui, kurį norime įrodyti (kitaip sakant, bandome įrodinėti priešingą teoremą). Aišku, kad yra teisingas arba pradinis teiginys, arba jam priešingas teiginys. Jeigu įrodinėdami gauname teiginį, prieštaraujantį arba teoremos sąlygai, arba kuriam nors jau įrodytam teiginiui, arba kuriai nors aksiomai, tai darome išvadą, kad mūsų prielaida yra neteisinga. Vadinasi, pradinė teorema teisinga.

Pratimai ir uždaviniai

167. Trikampio kampo gretutinis kampas vadinamas trikampio *priekampiu*.

a) Įrodykite, kad trikampio priekampis lygus dviejų jam negretutinių kampų sumai, t. y. $\angle 1 = \angle 3 + \angle 4$.



b) Vieno iš lygiašonio trikampio kampų priekampis lygus 122°. Apskaičiuokite trikampio kampus (išnagrinėkite du atvejus).

c) Koks yra trikampis, jei jo vienas priekampis yra:
1) smailusis kampas; 2) lygus vienam iš trikampio kampų?

d) Raskite trikampio kampus, kai du jo priekampiai lygūs 115° ir 139°.

168. a) Įrodykite, kad iškilojo n-kampio kampų suma lygi $(n-2)\cdot 180^\circ$.
Nurodymas. Iš vienos n-kampio viršūnės išveskite visas įstrižaines ir suskaičiuokite, į kiek trikampių padalytas n-kampis.
b) Užpildykite lentelę.

Daugiakampio kraštinių skaičius	3	4	5	6	7	8	9	10
Kampų suma								

c) Kiek kraštinių turi daugiakampis, kurio kampų suma 1980°? 2700°?

169. Įrodykite teoremas.
a) Lygiakraščio trikampio kampai yra lygūs.
b) Lygiašonio trikampio pusiaukampinė, išvesta į pagrindą, kartu yra ir pusiaukraštinė.
c) Jeigu trikampyje du kampai yra lygūs, tai tas trikampis yra lygiašonis.

170. Prieštaros metodu įrodykite, kad teisingi teiginiai.
a) Jeigu tiesės a ir b yra statmenos tiesei c, tai tiesės a ir b yra lygiagrečios.
b) Jeigu dvi tieses perkirtus trečiąja susidariusių vidaus vienašalių kampų suma lygi 180°, tai tos tiesės yra lygiagrečios.
c) Nėra iškilojo keturkampio, kurio visi kampai būtų buki.
d) Jeigu klasėje yra 23 mokiniai, tai bent trys mokiniai už kontrolinį darbą gavo vienodus pažymius.
e) Jeigu $a \parallel c$ ir $b \parallel c$, tai $a \parallel b$.
f) Nėra iškilojo daugiakampio, kurio kampų suma lygi 2070°.
Nurodymas. Remkitės **168** a) uždavinio rezultatu.

171. Nesinaudodami prieštaros metodu, įrodykite, kad kiekviename trikampyje bent du kampai smailieji.
Nurodymas. Panagrinėkite didžiausią trikampio kampą.

172. Skaičių tiesėje pažymėkite jos dalį, atitinkančią nelygybę:
a) $-2 < x \leqslant 5$; b) $|x| \leqslant -3{,}5$.

173. Išspręskite lygtį:
a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = -10$; b) $|x| = 4$; c) $|x| = 0$.

174. Apskaičuokite:
a) $-\left(1\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{\sqrt{9}}$; b) $\frac{1}{\sqrt[3]{125}} - \left(-\frac{1}{2}\right)^2$.

175. Raskite du skaičius, kurių suma lygi 33, o vienas iš jų 20% didesnis už kitą.

Matematinė ekskursija po Kuršių neriją

• Kur̃šių nerijà – Kuršių marių ir Baltijos jūros skalaujamas 97 km ilgio, siauras – nuo 400 m iki 4 km pločio – smėlio pusiasalis. Lietuvai priklauso 54 km ilgio šiaurinė pusiasalio dalis; tos dalies plotas yra 94,4 km^2.

1. *Apskaičiuokite Lietuvai priklausantį Kuršių nerijos plotą hektarais.*

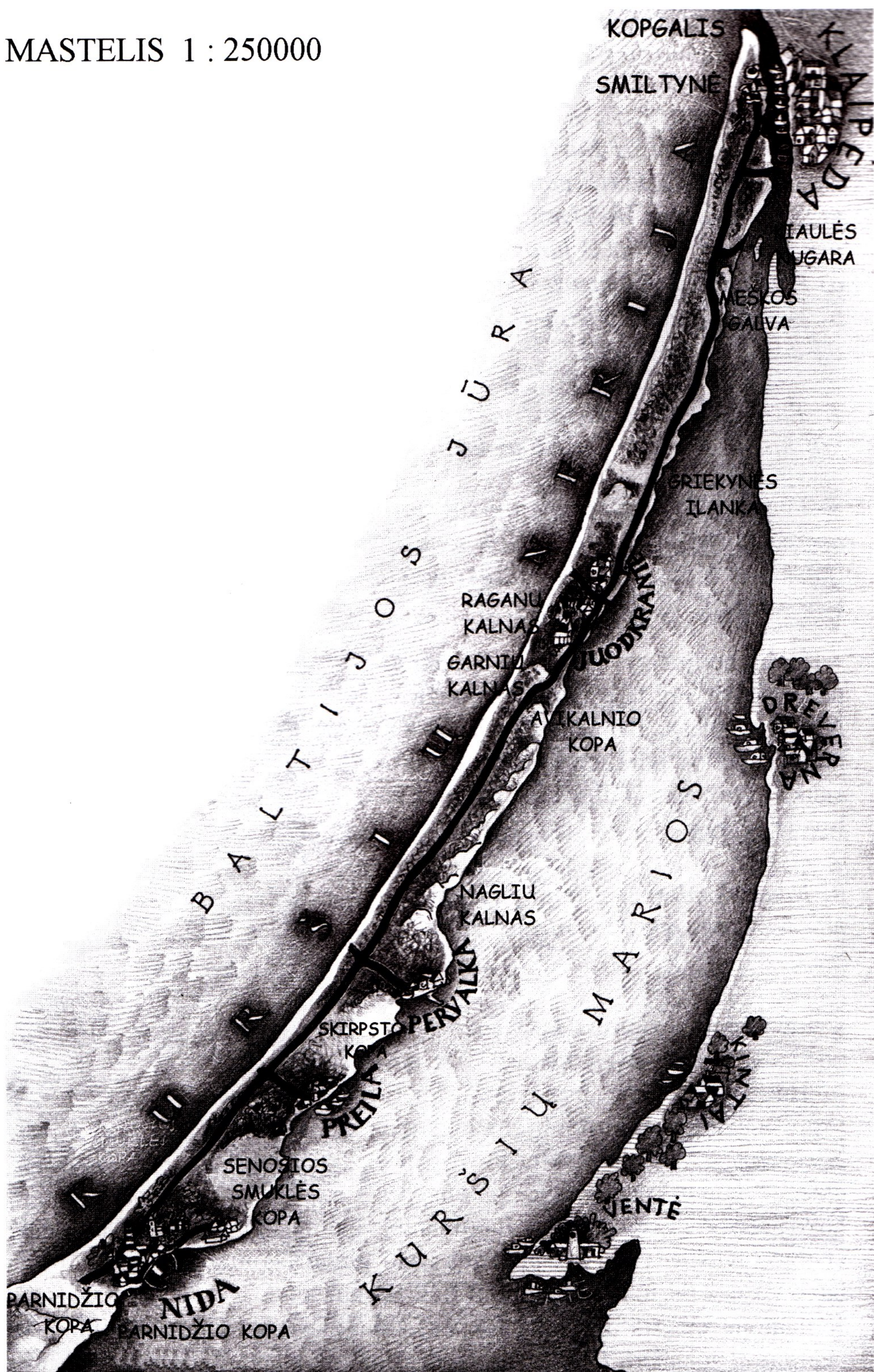
• Kuršių nerija – tai jūros, vėjo ir žmogaus sukurtas stebuklas: vėjo pustomo gelsvo smėlio plotai, žali pušynais apželdintų kopų masyvai, sodriai žaliuojančios pamario ir pajūrio palvės, tyvuliuojančios marios ir ošianti jūra teikia šiai vietovei neprilygstamą grožį. Lietuvai priklausanti pusiasalio dalis – Neringà – 1991 m. paskelbta nacionaliniu parku.

2. 56% *Lietuvai priklausančio Kuršių nerijos ploto sudaro draustinių teritorija,* 23% – *rekreacinė zona,* 21% – *rezervatinė zona. Kiek hektarų užima Kuršių nerijos draustinių teritorija, rekreacinė ir rezervatinė zonos?* (*Pasinaudokite* 1 *užduoties atsakymu.*)

3. *Apytiksliai* 6852 *ha Lietuvai priklausančios Kuršių nerijos teritorijos užima miškai.* 16% *miškų yra beržynai,* 3% – *juodalksnynai,* 1% – *eglynai, likę miškai – tai pušynai, iš kurių* 38% *sudaro kalninės pušys. Kiek hektarų užima kalninės pušys?*

Nuo senų laikų žmonės stengėsi įminti Nerìjos mįslę – kaip atsirado Kuršių marias nuo Baltijos jūros atskyręs pusiasalis. Jie sukūrė net legendą apie geltonkasę gražuolę milžinę Nẽringą, kuri padėdavusi žmonėms, gelbėdama jūron toli nuo kranto nuneštus žvejus, varydama žuvis į jų tinklus. Kai kartą jūros dievas Bangpūtys taip įsisiautėjo, kad jūra nenurimo kiaurus metus, žmonės paprašė Neringõs apsaugoti juos nuo siautulingų bangų. Neringà ėmė semti į prijuostę smėlį ir pilti jį ant kyšojusių iš vandens salų grandinės. Taip atsirado pylimas, atskyręs nuo jūros ramų užutėkį, kuriame žvejai galėjo gaudyti žuvis nesibaimindami, jog bus nunešti toli į jūrą. Tą smėlio pylimą žmonės iš dėkingumo milžinės vardu pavadinę.

4. *Apskaičiuokite Kuršių marių plotą ir jų vandenų tūrį, jei žinoma, kad marių plotas sudaro apie* $\frac{1}{244}$ *dalį Baltijos jūros ploto, o vandens tūris sudaro apie* $\frac{1}{5500}$ *dalį Baltijos jūros vandens tūrio. Baltijos jūros plotas yra* 386 000 km^2, *o jos vandenų tūris yra* 33 000 km^3.


MASTELIS 1 : 250000
KOPGALIS
SMILTYNĖ
KLAIPĖDA
IAULĖS
UGARA
MEŠKOS
GALVA
GRIEKYNĖS
ĮLANKA
RAGANU
KALNAS
JUODKRANTĖ
GARNIU
KALNAS
AVIKALNIO
KOPA
DREVERNA
NAGLIU
KALNAS
PERVALKA
SKIRPSTO
KOPA
PREILA
SENOSIOS
SMUKLĖS
KOPA
ENTĖ
NIDA
PARNIDŽIO
KOPA
PARNIDŽIO KOPA
BALTIJOS JŪRA
KURŠIŲ MARIOS
KURŠIŲ NERIJA

5. *Lietuvai ir Rusijai priklausančių Kuršių marių plotų santykis yra* 23 : 65. *Koks Kuršių marių plotas priklauso Lietuvai?* (*Pasinaudokite* 4 *užduoties atsakymu.*)

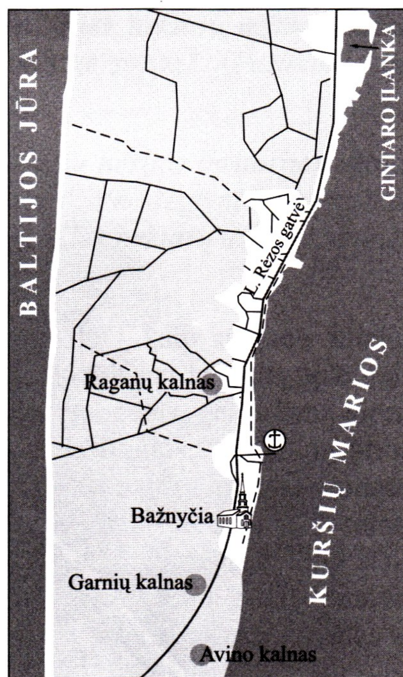
6. *Per metus visos Kuršių marių baseino upės ir upeliai į marias atplukdo vidutiniškai* 1,5 *karto daugiau vandens, negu jo prisirenka iš kritulių. Be to, šis kiekis yra* 18,1 km^3 *didesnis už kiekį vandens, per Klaipėdos sąsiaurį pritekančio į marias iš jūros ir lygų* 5 km^3.

a) Kiek kubinių kilometrų vandens per metus į marias prisirenka iš kritulių?

b) Kiek kubinių kilometrų vandens per metus į marias atplukdo Kuršių marių baseino upės ir upeliai?

7. *Kuršių marių vandens druskingumas yra* 0,3 *promilės. Kiek tonų druskos yra Kuršių mariose?* (*Pasinaudokite* 4 *užduoties atsakymu.*)

8. *Lietuvai priklausančioje Kuršių marių dalyje per metus leidžiama sužvejoti apytiksliai* 35 *kg/ha žuvų. Kiek tonų žuvų čia leidžiama sužvejoti per metus?* (*Pasinaudokite* 5 *užduoties atsakymu.*)



• Kuršių nerijos gyvenvietės – Juodkrantė, Pervalka, Préila ir Nidà – sujungtos į Neringõs miestą, tad kelias, vedantis nuo kelto perkėlos iki Lietuvos Respublikos sienos, yra viena iš ilgiausių gatvių Lietuvoje.

9. *Naudodamiesi žemėlapiu, apskaičiuokite Neringos miesto centrinės gatvės ilgį.*

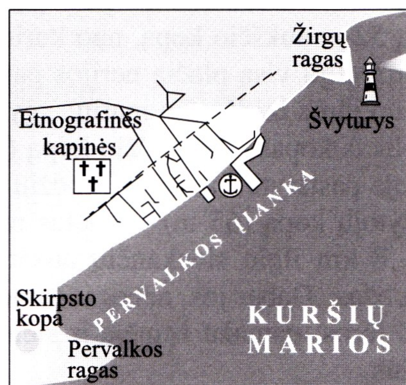
• Juodkrantė, pabirusi tarp aukštų kopų, stovi atsigręžusi į marias. Tai antra pagal dydį ir bene „pastoviausia" nerijos gyvenvietė, net pustomo smėlio eroje, XVI–XIX a., kai po smėliu buvo palaidota 14 kaimų, išliko savo vietoje, nes buvo apsaugota miško lopų. Juodkrantėje galima aplankyti Gintaro įlanką, kuri atsirado XIX a. viduryje, pradėjus kasti gintarą iš marių dugno. 1868 m. čia buvo iškasta 94 tūkst. kilogramų Baltijos aukso!

Keliautojai mėgsta užkopti į Raganų kalną pasižiūrėti tautodailininkų sukurtų skulptūrų, aplankyti Gintaro muziejų, 1884 m. statytą bažnytėlę ir Geišių (taip

kuršiai vadino pilkuosius garnius), arba Garnių, kopą, kuri jau seniai virto pilkųjų garnių karalyste.

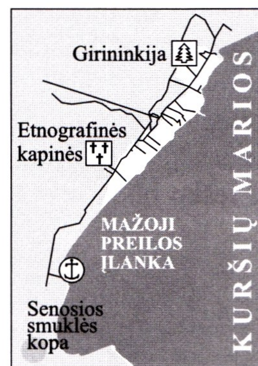
10. *Užrašykite* 1868 *m. iškasto gintaro kiekį standartinės išraiškos skaičiumi.*

11. *Atstumas tarp Smiltynės ir Juodkrantės yra* 6 *km ilgesnis, negu atstumas tarp Juodkrantės ir Pervalkos. Koks yra atstumas tarp Juodkrantės ir Pervalkos, jeigu tarp Smiltynės ir Pervalkos yra* 36 *km?*



• Pakeliui iš Juodkrantės į Pervalką galima užkopti ant Avikalnio (Avino kalno) kopos. Nuo ten įrengtos apžvalgos aikštelės atsiveria nepaprasto grožio nerijos gamtovaizdžiai. Verta aplankyti ir grandinę kupstuotųjų kopų, nusidriekusių iki Pervalkos. Aukščiausiai šiame smėlio masyve iškilusios Naglių (55 m) ir Vinkopės (58 m) viršūnės. Su šiuo kopų ruožu susijusi Naglių kaimo istorija – kaimas keturis kartus kėlėsi iš vienos vietos į kitą, persekiojamas slenkančio smėlio. Pervalka – pabėgėlių iš Naglių kaimo nausėdija, įsikūrusi 1836–1844 m. Šiaurinėje Pervalkos pusėje toli į marias išsišovęs Žirgų ragas – priešais jį vandenyje stūkso 1900 m. pastatytas švyturys, sergstintis laivus nuo priekrantės seklumų.

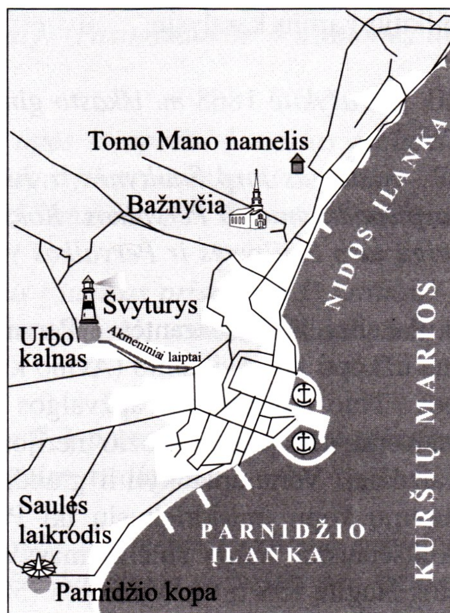
Pietinės įlankos krantas – Pervalkos ragas. Ties juo kiek atokiau nuo marių savo aukščiu išsiskiria pušaitėmis apsodinta Skirpsto kopa (53 m). Iki XIX a. netoliese, prie Karvaičių įlankos buvo Karvaičių kaimas, vėliau slenkančių kopų užpustytas. Iš čia kilęs Mažosios Lietuvos poetas, Karaliaučiaus universiteto profesorius Liudvikas Rėza (1776–1840). Jam ant Skirpsto kopos viršūnės pastatyta paminklinė ąžuolinė skulptūra.



• Préila – kuršiškas vardas kito kaimelio, kurį įkūrė 1843 m. bėgliai iš smėlio palaidotų Naglių. Pietiniame Préilos gale stūkso pušimis apsodinta 66 m aukščio Senosios Smuklės kopa.

12. *Atstumas tarp Nidos ir Preilos yra* 10 *km, t. y.* 20% *didesnis už atstumą tarp Preilos ir Pervalkos. Koks atstumas tarp Nidos ir Pervalkos?*

• Nidà – centrinė Neringõs gyvenvietė, dabartinėje vietoje įsikūrusi 1732 m. Archeologų nustatyta, jog baltų gentys tose vietose gyveno jau III tūkstantmetyje pr. Kr. Istoriniuose šaltiniuose Nida pirmą kartą paminėta 1385 m. kryžiuočių kelių aprašymuose – per Nerįją jie traukė krikštyti žemaičių. Būnant Nìdoje, verta aplankyti Urbo kalną – pirmąją apželdintą 52 m aukščio kopą, nuo kurios galima apžvelgti visą plačią nerijos panoramą – nuo jūros iki Kuršių marių: „gyvąsias" – plikas kopas – Parnidžio kopą (35 m) su joje pastatytu Saulės laikrodžiu ir Sklandytojų kopą (65 m). Į pietus nuo Nìdos – 8 km ilgio slenkančių aukštųjų kopų ruožas. Dabar jos, nebegaudamos smėlio iš jūros, pamažu žemėja ir slenka marių link.



13. *Nubraižykite visų paminėtų kopų aukščio stulpelinę diagramą.*

Lankytinos vietos Nidoje – mokykla, veikianti nuo 1745 m, bažnyčia, pradėta statyti 1887 m, prie jos esančios etnografinės kapinaitės, kuriose galima pamatyti kuršių kulto simbolius – krikštais vadinamus medinius paminklus, vokiečių rašytojo, Nobelio premijos laureato T. Mano memorialinis muziejus.

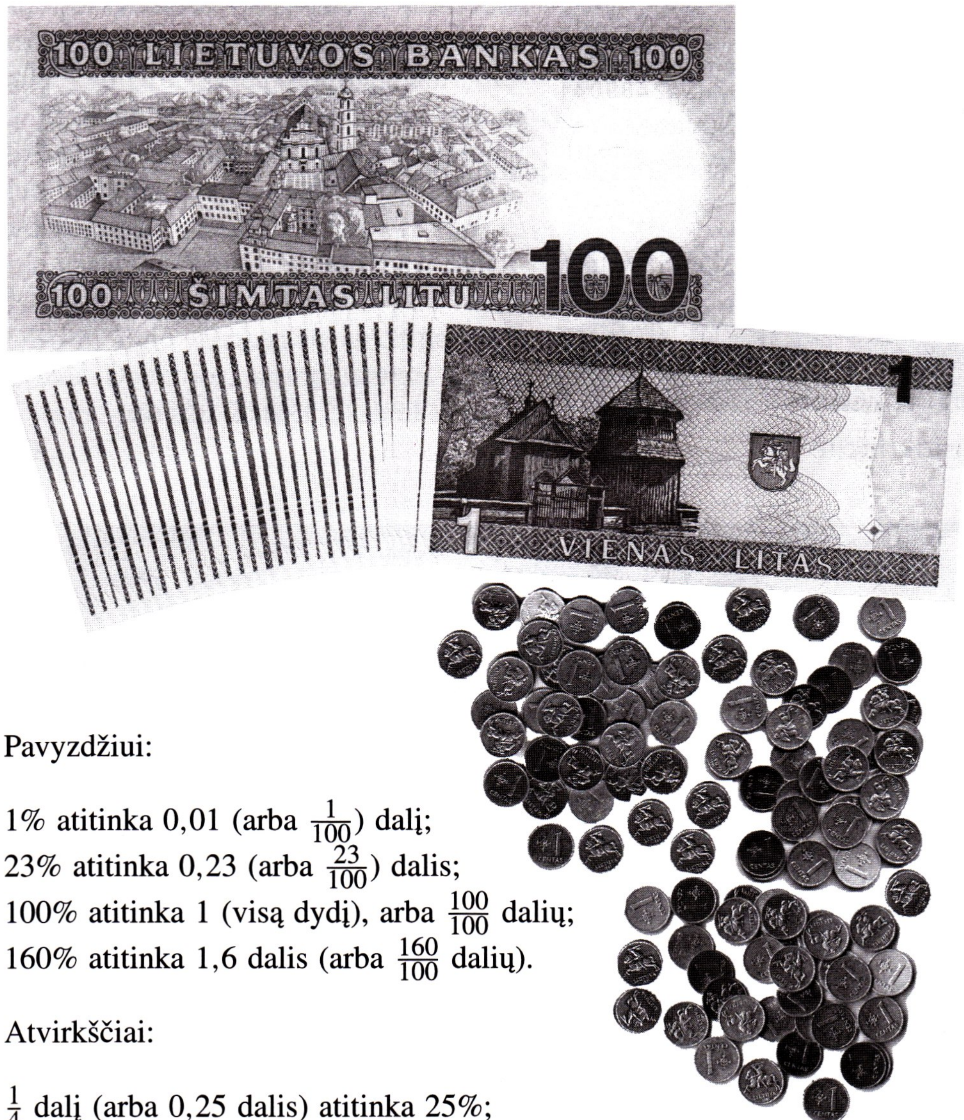
• Dabar nerijos likimas – žmogaus rankose. Suformavus prieškopę ir apželdinus kopas, buvo užkirstas kelias jūros smėliui slinkti gilyn į neriją. Bet vėjai nuolat žeria kopų smilteles į marias. Didžiausioms kopoms iškilo grėsmė išnykti – pavyzdžiui, Parnidžio kopa per 20 metų pažemėjo apie 15 metrų. Jei niekas nepasikeis, mokslininkai prognozuoja, kad per keletą šimtų metų kopos išnyks ir ieško būdų, kaip išgelbėti didžiąsias kopas – senosios nerijos paminklą ...

10 PROCENTAI. ŠEIMOS EKONOMIKA



1 Procentai ir jų skaičiavimas

Procentu (lotyniškai *pro centum* – nuo šimto) vadinama *šimtoji* tam tikro dydžio dalis.



Pavyzdžiui:

1% atitinka 0,01 (arba $\frac{1}{100}$) dalį;
23% atitinka 0,23 (arba $\frac{23}{100}$) dalis;
100% atitinka 1 (visą dydį), arba $\frac{100}{100}$ dalių;
160% atitinka 1,6 dalis (arba $\frac{160}{100}$ dalių).

Atvirkščiai:

$\frac{1}{4}$ dalį (arba 0,25 dalis) atitinka 25%;
$\frac{1}{20}$ dalį (arba 0,05 dalis) atitinka 5%;
$\frac{3}{8}$ dalis (arba 0,375 dalis) atitinka 37,5%;
$\frac{200}{100}$ dalių (arba 2 dydžius) atitinka 200%.

1 UŽDAVINYS. Šeimininkė turėjo 80 Lt. Maisto prekių parduotuvėje ji išleido 15% turėtų pinigų. Kiek litų išleido šeimininkė maisto prekių parduotuvėje?

Sprendimas.

I būdas. 1% nuo 80 litų yra 80 : 100 (Lt), o 15% yra $(80 : 100) \cdot 15 = 12$ (Lt).

II būdas. 15% yra 0,15 dalių. 0,15 nuo 80 Lt yra $80 \cdot 0{,}15 = 12$ (Lt).

Atsakymas. Maisto prekių parduotuvėje šeimininkė išleido 12 litų.

2 UŽDAVINYS. Maisto prekių parduotuvėje šeimininkė išleido 12 Lt, o tai sudaro 15% turėtų pinigų. Kiek pinigų turėjo šeimininkė?

Sprendimas.

I būdas. Vienas procentas šeimininkės turėtų pinigų yra $12 : 15 = 0{,}8$ (Lt). Visi pinigai, kuriuos turėjo šeimininkė, atitinka 100%, todėl šeimininkė turėjo $0{,}8 \cdot 100 = 80$ (Lt).

II būdas. 15% turėtų pinigų atitinka $\frac{15}{100}$ dalių. Kadangi tai sudaro išleistus 12 litų, vadinasi, šeimininkė turėjo

$$12 : \frac{15}{100} = 12 \cdot \frac{100}{15} = 80\,(\text{Lt}).$$

III būdas. Sakykime, kad šeimininkė turėjo x Lt. 15% nuo x litų yra $0{,}15x$. Pagal uždavinio sąlygą $0{,}15x$ yra 12 Lt. Sudarome lygtį ir ją išsprendžiame:

$$0{,}15x = 12;$$
$$x = 12 : 0{,}15;$$
$$x = 80.$$

Atsakymas. Šeimininkė turėjo 80 litų.

3 UŽDAVINYS. Šeimininkė turėjo 80 litų. Parduotuvėje ji išleido 12 litų. Kiek procentų turėtų pinigų šeimininkė išleido parduotuvėje?

Sprendimas.

I būdas. 1% nuo 80 litų yra $80 : 100 = 0{,}8$ (Lt). Kadangi $12 : 0{,}8 = 15$, tai 12 litų sudaro 15% šeimininkės turėtų 80 litų.

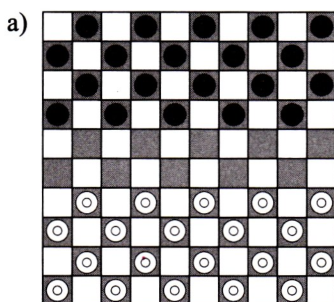
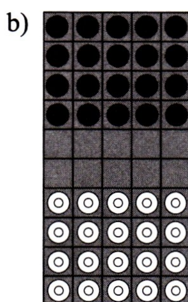
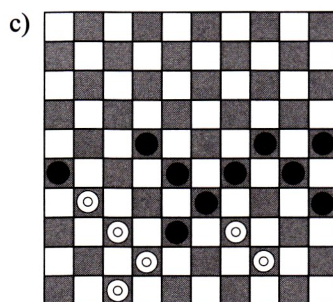
II būdas. Šeimininkė išleido $\frac{12}{80} = 0{,}15$ dalių turėtų pinigų. 0,15 dalių yra tas pat, kas 15%.

Atsakymas. Parduotuvėje šeimininkė išleido 15% pinigų.

Pratimai ir uždaviniai

176. Daugelyje pasaulio šalių žaidžiama šaškėmis. Tiesa, skirtingose šalyse dažnai skiriasi ne tik žaidimo taisyklės, bet ir lentos dydis. Lentos būna 64, 100, ar net 144 laukelių, šaškės kartais statomos tik į baltus, kartais – tik į juodus laukelius. Populiariausios yra tarptautinės, arba šimtalangės šaškės. Kaip pavaizduota piešinyje a), pradinėje padėtyje abi pusės turi po dvidešimt šaškių. Matome, kad juodųjų ir baltųjų laukelių lentoje yra po lygiai, po penkiasdešimt. Kitaip sakant, $\frac{1}{2}$ lentos yra juodieji laukeliai – o tai sudaro 50% visų laukelių, tiek pat yra ir baltųjų laukelių. Kadangi lentoje iš viso yra 100 laukelių, tai tiek juodosios, tiek baltosios šaškės užima po 20% (t. y. $\frac{20}{100}$) lentos, o visos šaškės – 40% lentos.
Tačiau šaškės vaikšto tik juodaisiais laukeliais, tad baltieji laukeliai lyg ir nedalyvauja žaidime.

a) Kiek procentų juodųjų (žaidžiamųjų) laukelių užima šaškės? (Žr. piešinį b).)

a) 
b) 
c) 

Vasaros stovykloje Jonukas žaidė šaškėmis su čempionu dėde Juozu. Kaip ir reikėjo tikėtis, po kurio laiko Jonuko padėtis pasidarė apverktina (žr. piešinį c)). Guosdamas save, jis sugalvojo keletą užduočių, susijusių su procentų skaičiavimu. Išspręskite jas.

b) Kiek procentų **visų lentos laukelių** užima lentoje likusios šaškės? Kiek procentų užima baltosios? Kiek – juodosios?

Dabar atsakykime į šiek tiek sudėtingesnį klausimą.
Kiek procentų **juodųjų laukelių** užima lentoje likusios šaškės?
Kadangi iš viso lentoje yra **50** juodųjų laukelių, tai visos likusios šaškės užima $\frac{16}{50} = \frac{32}{100}$, t. y. 32% juodųjų laukelių.

c) Kiek procentų **juodųjų laukelių** užima lentoje likusios baltosios šaškės? Kiek – juodosios?

Matome, kad sprendžiant šiuos uždavinius reikia nustatyti, nuo kokio skaičiaus skaičiuojame procentus – šiuo atveju tai buvo 50 (o ne 100, kaip kad b) užduotyje). Panašiai randame atsakymą ir į klausimą:
Kiek procentų **baltųjų šaškių** sudaro juodosios?

Lentoje yra **6** baltosios šaškės. Taigi, dabar visuma reikia laikyti skaičių 6 ir skaičiuoti procentą nuo jo. Gauname, kad juodosios šaškės sudaro $\frac{10}{6} = \frac{166,(6)}{100}$, t. y. 166,(6)% baltųjų šaškių.

d) Kiek procentų **juodųjų šaškių** sudaro baltosios?
e) Kiek procentų **iš visų lentoje esančių šaškių** sudaro baltosios šaškės? Kiek – juodosios?

177. a) Berniukai sudaro 40% klasės mokinių. Kurią klasės mokinių dalį sudaro mergaitės?
b) Mergaitės sudaro 65% klasės mokinių. Kurią klasės mokinių dalį sudaro berniukai?
c) Berniukai sudaro $\frac{5}{8}$ klasės mokinių. Kiek procentų klasės mokinių sudaro mergaitės?
d) Mergaitės sudaro $\frac{1}{3}$ klasės mokinių. Kiek procentų klasės mokinių sudaro berniukai?

178. a) Iki pietų parduota 15% į parduotuvę atvežtų bulvių, o po pietų – dar 20%. Kuri dalis visų bulvių liko neparduota?
b) Iki pietų parduota 15% į parduotuvę atvežtų bulvių, o po pietų – trigubai daugiau. Kuri dalis visų bulvių liko neparduota?
c) Kiek procentų viso maršruto turistai nuėjo pirmą dieną, jei antrą dieną jie nukeliavo 0,25 viso maršruto, o trečią dieną įveikė likusias 0,3 viso maršruto dalis?
d) Kiek procentų viso maršruto turistai nukeliavo pirmą dieną, jei antrą dieną jie nuėjo dvigubai mažiau negu trečią, o trečią dieną – $\frac{3}{10}$ maršruto dalis?

179. Raskite:

a) 26% skaičiaus 120
b) 45% skaičiaus 18
c) 8% skaičiaus 45
d) 9,5% skaičiaus 1600
e) 37,5% skaičiaus 32
f) 80,2% skaičiaus 125
g) 60% skaičiaus $124\frac{2}{3}$
h) 90% skaičiaus $256\frac{1}{3}$

180. Raskite visą skaičių, kai:

a) 10% skaičiaus yra 13; 0,6; $2\frac{1}{3}$;

b) 20% skaičiaus yra 18; 0,3; $3\frac{5}{6}$;

c) 25% skaičiaus yra 7; 10,3; $13\frac{2}{9}$;

d) 50% skaičiaus yra 6; 0,07; $24\frac{2}{3}$.

181. a) Bulvėse yra 20% krakmolo. Kiek reikia kilogramų bulvių, norint gauti 80 kg krakmolo?
b) Rūdoje yra 18% vario. Kiek tonų vario galima gauti iš 90 t rūdos?
c) Prekė atpigo 4,6 Lt, o tai yra 25% jos buvusios kainos. Kiek litų kainavo prekė anksčiau?
d) Verdama mėsa netenka 35% savo masės. Kiek gramų sumažės mėsos masė, verdant 1,2 kg mėsos?

182. a) Kurią skaičiaus 5 dalį sudaro skaičiai 2; 10; 15; 100; 101?
b) Kiek procentų skaičiaus 3; 6; 9; 10; 11 sudaro skaičius 3?
c) Kurią šios savaitės dalį sudaro ne darbo dienos?
d) Kiek procentų dienų šį mėnesį nereikia eiti į mokyklą?

183. Apskaičiuokite:

a) $\dfrac{\frac{2}{9}\cdot 81}{0{,}6-\frac{2}{3}}$;   b) $\dfrac{\frac{2}{5}-0{,}8}{0{,}49\cdot\frac{4}{7}}$.

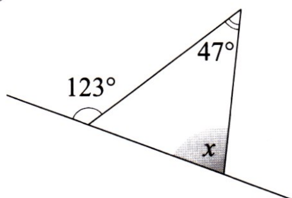
184. Suprastinkite reiškinį ir apskaičiuokite jo reikšmę, kai $x=-2$, $y=-1$:

a) $3{,}5(4x-2y)-2(3x-5y)$;   b) $1{,}5(4x-6y)-4(2x-3y)$.

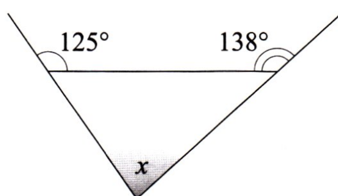
185. Išspręskite uždavinius, sudarydami lygtį.
a) Dviejų skaičių suma lygi 42. Vienas iš skaičių 1,1 karto didesnis už kitą. Raskite abu skaičius.
b) Dviejų skaičių suma lygi 42. Vienas iš skaičių 1,1 karto mažesnis už kitą. Raskite abu skaičius.

186. Pagal brėžinio duomenis raskite x:

a)



b)



187. Marytė daržą gali nuravėti per 4 h, o Dalia per 2 h. Per kiek laiko nuravėtų šį daržą abi mergaitės dirbdamos drauge?

188. Raskite nežinomą proporcijos narį:

a) $2{,}4 : x = 0{,}3 : 5{,}6$ b) $0{,}4 : 1{,}7 = 3{,}2 : x$

c) $\dfrac{3\frac{4}{7}}{3\frac{1}{3}} = \dfrac{8\frac{3}{14}}{y}$ d) $\dfrac{7\frac{1}{5}}{1\frac{11}{25}} = \dfrac{y}{1\frac{7}{20}}$

189. Tiesėje yra pažymėta 10 taškų taip, kad atstumas tarp dviejų gretimų taškų yra vienas ir tas pats. Raskite šį atstumą, jeigu atstumas tarp kraštinių taškų lygus 90 cm.

190. Atstumas tarp Kaišiadorių ir Varėnos žemėlapyje yra 14,2 cm. Žemėlapio mastelis 1 : 500 000. Koks atstumas tarp šių miestų vietovėje?



2 Procentų uždavinių sprendimas sudarant proporciją

Procentų uždavinius dažnai patogu spręsti sudarant proporcijos pavidalo lygtį.

? Pateikite proporcijų pavyzdžių.

Praeitame skyrelyje išnagrinėtus uždavinius išspręskime sudarydami proporciją.

1 UŽDAVINYS. Šeimininkė turėjo 80 Lt. Maisto prekių parduotuvėje ji išleido 15% turėtų pinigų. Kiek litų išleido šeimininkė maisto prekių parduotuvėje?

Sprendimas.

1. Užrašykime sąlygą trumpiau:
   Turėti 80 Lt atitinka 100%.
   Išleisti x Lt atitinka 15%.

   Arba dar trumpiau:
   80 Lt — 100%.
   x Lt — 15%.

2. Iš abiejų atitikčių raskime 1% ir sudarykime proporciją:

   80 Lt — 100%, tai 1% $\rightarrow \frac{80}{100}$ (Lt);
   x Lt — 15%, tai 1% $\rightarrow \frac{x}{15}$ (Lt).

   Abi rastos 1% vertės lygios, todėl teisinga proporcija

$$\frac{x}{15} = \frac{80}{100}.$$

3. Iš šios proporcijos randame nežinomąjį x:

$$x = \frac{80 \cdot 15}{100}; \quad x = 12 \text{ (Lt)}.$$

Atsakymas. Maisto prekių parduotuvėje šeimininkė išleido 12 litų.

2 UŽDAVINYS. Maisto prekių parduotuvėje šeimininkė išleido 12 Lt, o tai sudaro 15% turėtų pinigų. Kiek pinigų turėjo šeimininkė?

Trumpa sąlyga	Proporcija	Nežinomojo radimas
Turėti x Lt atitinka 100% Išleisti 12 Lt atitinka 15%	$\frac{x}{100} = \frac{12}{15}$	$x = \frac{12 \cdot 100}{15} = 80$ (Lt)

Atsakymas. Šeimininkė turėjo 80 litų.

3 UŽDAVINYS. Šeimininkė turėjo 80 litų. Parduotuvėje ji išleido 12 litų. Kiek procentų pinigų šeimininkė išleido parduotuvėje?

Trumpa sąlyga	Proporcija	Nežinomojo radimas
80 Lt — 100% 12 Lt — x%	$\frac{80}{100} = \frac{12}{x}$	$x = \frac{12 \cdot 100}{80} = 15$ (%)

Atsakymas. Parduotuvėje šeimininkė išleido 15% turėtų pinigų.

Procentų uždaviniuose svarbu išsiaiškinti, *kas su kuo* yra lyginama. Dydis, su kuriuo yra lyginama, atitinka 100%. Visuose trijuose išspręstuose uždaviniuose 100% atitinka šeimininkės turėti 80 Lt.

Pratimai ir uždaviniai

191. Kokius žodžius arba skaičius reikėtų parašyti debesėlio vietoje, kad teiginiai būtų teisingi?

a) Jeigu klasėje yra 40% berniukų, tai mergaičių yra %.

b) Jeigu druskos tirpale yra 92% vandens, tai druskos yra %.

c) Jeigu grūdų drėgnumas 12%, tai grūdų sausosios medžiagos sudaro %.

d) Jeigu tekintojui liko padaryti 15% dienos normos, tai tekintojas jau padarė % dienos normos.

e) Jeigu verdama mėsa netenka 35% savo masės, tai išvirtos mėsos masė sudaro % žalios mėsos masės.

f) Jeigu kelio antroji dalis sudaro 80% pirmosios kelio dalies, tai ji už pirmąją dalį %.

g) Jeigu automobilio greitis padidėjo 15%, tai dabar jis lygus % buvusio greičio.

h) Jeigu darbininkas per dieną įvykdė 120% užduoties, tai darbininkas dienos užduotį viršijo %.

i) Jeigu atlyginimas vasario mėnesį sudarė 112% sausio mėnesio atlyginimo, tai jis 12%.

j) Jeigu pusryčiams rekomenduojama skirti 25% žmogaus dienos raciono, priešpiečiams 10%, pietums 45%, tai vakarienei – %.

192. Nustatykite, kuri schema atitinka uždavinį.

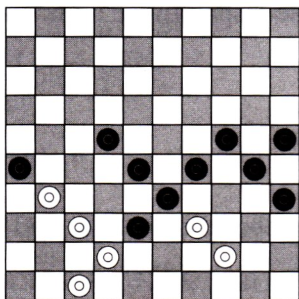
a) Klasėje yra 30 mokinių. Iš jų 18 mergaičių. Kiek procentų klasės mokinių sudaro mergaitės?

b) Klasėje mokosi 18 mergaičių, o tai sudaro 60% klasės mokinių. Kiek mokinių klasėje?

c) Klasėje mokosi 30 vaikų, 60% jų – mergaitės. Kiek mergaičių klasėje?

A	B	C
30 mokinių — 100%	30 mokinių — 100%	18 mokinių — 60%
x mokinių — 60%	18 mergaičių — y%	z mokinių — 100%

193. Prisiminkime, kaip praeitame skyrelyje skaičiavome procentus uždaviniuose apie šaškes (**176** užd.). Dabar pabandykime išspręsti keletą užduočių sudarydami proporcijas.



Iš viso lentoje yra **100** laukelių.
Visos likusios šaškės užima 16 laukelių.
Baltosios šaškės užima 6 laukelius.
Juodosios šaškės užima 10 laukelių.

Paprasčiausia sudaryti proporciją, kai skaičiuojame, kiek procentų **visų lentos laukelių** užima lentoje likusios šaškės.
Kadangi 100 laukelių sudaro 100%, tai 16 laukelių bus 16%, 6 laukeliai bus 6%, o 10 laukelių bus 10%.
Šiek tiek sudėtingiau sudaryti proporciją, apskaičiuojant užimtų juodųjų laukelių procentą. Išspreskime tokius uždavinius:
Kiek procentų **juodųjų laukelių** užima visos lentoje likusios šaškės?
Iš viso lentoje yra **50** juodųjų laukelių.

50 laukelių — 100%

16 laukelių — x%

$$\rightarrow \frac{50}{100} = \frac{16}{x} \rightarrow x = 32.$$

Kiek procentų **juodųjų laukelių** užima baltosios šaškės?

50 laukelių — 100%

6 laukeliai — y%

$$\rightarrow \frac{50}{100} = \frac{6}{y} \rightarrow y = 12.$$

Kiek procentų **juodųjų laukelių** užima juodosios šaškės?

50 laukelių — 100%

10 laukelių — z%

$$\rightarrow \frac{50}{100} = \frac{10}{z} \rightarrow z = 20.$$

a) Kiek procentų **visų lentoje esančių šaškių** sudaro baltosios šaškės? Kiek – juodosios?
b) Kiek procentų **juodųjų šaškių** sudaro baltosios?
c) Kiek procentų **baltųjų šaškių** sudaro juodosios?

Išspręskite **194–197** uždavinius, sudarydami proporciją.

194. a) Turistų grupėje yra 24 moterys, o tai sudaro 60% visos grupės dalyvių. Kiek iš viso turistų yra grupėje?
b) Grupėje yra 40 turistų, 40% jų yra vyrai. Kiek vyrų yra turistų grupėje?
c) Iš 40 turistų grupės 16 yra vyrų. Kiek procentų grupės sudaro vyrai?

195. a) Klasėje yra 24 mokiniai, iš jų 15 – berniukai. Kiek procentų klasės mokinių sudaro berniukai?
b) Klasėje yra 15 berniukų ir tai sudaro 62,5% klasės mokinių. Kiek mokinių yra klasėje?
c) Klasėje yra 9 mergaitės ir tai sudaro 60% berniukų skaičiaus. Kiek klasėje berniukų?
d) Klasėje yra 15 berniukų ir tai sudaro $166\frac{2}{3}\%$ mergaičių skaičiaus. Kiek klasėje mergaičių?
e) Klasėje yra 15 berniukų ir 9 mergaitės. Kiek procentų mergaičių skaičiaus sudaro klasės berniukų skaičius?

196. a) Mokinys perskaitė 114 puslapių. Tai sudaro 19% visos knygos. Kiek puslapių knygoje?
b) Knygoje yra 200 puslapių. Mokinys perskaitė 145 puslapius. Kiek procentų knygos perskaitė mokinys?
c) Knygoje yra 320 puslapių. Mokinys perskaitė 65% knygos. Kiek puslapių perskaitė mokinys?

197. a) Kelio ilgis 25 km. Išasfaltuota 18 km kelio. Kiek procentų kelio išasfaltuota?

b) Išasfaltuota 15 km ir tai sudaro 72% viso kelio. Koks yra viso kelio ilgis?

c) Kelio ilgis 40 km. Išasfaltuota jo 85%. Kiek kilometrų kelio išasfaltuota?

198. a) Raskite skaičių, kurio 24% lygu 72.

b) Raskite 40% skaičiaus 90.

c) Kiek procentų skaičiaus 6 sudaro skaičius 5?

d) Raskite skaičių, kurio 350% lygu 52,5.

e) Raskite 235% skaičiaus 0,8.

f) Kiek procentų skaičiaus 18,75 sudaro skaičius 75?

g) Kiek procentų sudaro $1\frac{3}{4}$ Lt nuo $3\frac{1}{2}$ Lt?

h) Raskite sumą pinigų, kurios 0,3% yra $2\frac{2}{5}$ Lt.

199. a) Mūsiškiai iš 12 rungtynių laimėjo 9, o po to dar 6 rungtynes iš eilės. Kiek procentų visų žaistų rungtynių laimėjo mūsų komanda?

b) Šauniausios moksleivės rinkimuose Eglė surinko 150 balsų, Nijolė – 180, o Daiva – likusius 70. Kiek procentų visų balsų surinko Nijolė?

c) Lauko plotas 90 ha. Kviečiai užima 46% viso lauko, rugiai – 34% jo, o likęs plotas apsėtas miežiais. Kokį plotą užima miežiai?

d) Per tris dienas turistai nuėjo 80 km. Pirmą dieną jie nukeliavo 32% maršruto, antrą – 33%. Kiek kilometrų nuėjo turistai trečiąją dieną?

200. a) Paltas, pirktas su 4% nuolaida, kainavo 768 Lt. Kokia buvo palto kaina be nuolaidos?

b) Kostiumo kaina 820 Lt. Su nuolaida jis buvo parduotas už 779 Lt. Kiek procentų sudarė nuolaida?

c) Ūkininkas vasariniams kviečiams skirtą žemės plotą nusprendė sumažinti nuo 4,5 ha iki 1,78 ha. Kiek procentų sumažėjo vasariniams kviečiams skirtas plotas?

d) Ūkininkas 15% sumažino vasariniams kviečiams skirtą žemės plotą ir šiemet jų augina 3,4 ha. Kiek hektarų vasarinių kviečių ūkininkas augino pernai?

e) Darbo užmokestis, padidinus jį 8%, pasidarė 918 Lt per mėnesį. Koks buvo ankstesnis darbo užmokestis?

f) 300 m^2 ploto krepšinio aikštelė užima 20% mokyklos sporto aikštyno ploto. Aikštyno plotas sudaro 24% viso mokyklos sklypo. Koks mokyklos sklypo plotas?

201. Apskaičiuokite:

a) $\frac{-(-3)^2+|3|^2}{-3^2}$; b) $\frac{-4^2-(-4)^2}{|4|^2}$.

202. Išspręskite lygtį ir rastą sprendinį patikrinkite:

a) $-8x-3=-6x+10$; b) $-12x-5=-8x+16$.

203. Nubraižykite trikampį, kai jo kraštinių ilgiai yra:

a) 3 cm, 4 cm, 5 cm; b) 4 cm, 5 cm, 7 cm.

Koks yra kiekvienas trikampis – smailusis, statusis ar bukasis?

204. Suprastinkite reiškinį:

a) $-11(2a-4)+10(3a-2)-4(1-a)$;
b) $-10(3-5a)-7(1-2a)+5(a+1)$.

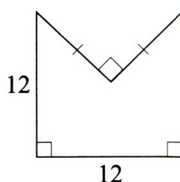
205. Parašykite skaičių skyrių suma:

a) 70400; b) 21060.

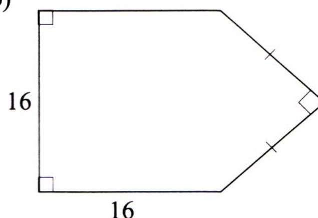
206. Kiek dvi penktosios skaičiaus $1\frac{2}{3}$ yra daugiau už vieną devintąją skaičiaus 3?

207. Pagal brėžinio duomenis apskaičiuokite figūros plotą:

a)

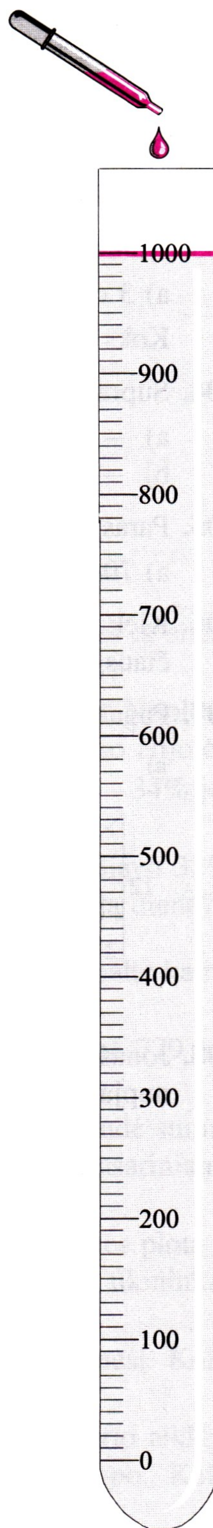


b)



208. Jonas ir Petras drauge nupjovė pievą per 2 h. Vienas Petras pievą galėjo nupjauti per 6 h. Per kiek laiko pievą galėjo nupjauti vienas Jonas?

3 Promilė



Promile (lotyniškai *pro mille* – nuo tūkstančio) vadinama *tūkstantoji* tam tikro dydžio dalis.
Promilė žymima ženklu ‰.
Pavyzdžiui:

0,001 dalis (arba $\frac{1}{1000}$) atitinka 1‰;

0,005 dalys (arba $\frac{5}{1000}$) atitinka 5‰;

0,083 dalys (arba $\frac{83}{1000}$) atitinka 83‰.

Atvirkščiai:
3‰ yra 0,003 dalys (arba $\frac{3}{1000}$);

8‰ yra 0,008 dalys (arba $\frac{1}{125}$);

0,3‰ yra 0,0003 dalys (arba $\frac{3}{10000}$).

Promilės paprastai vartojamos vietoje labai mažų procentų. Promilė sudaro dešimtadalį procento, o procentas atitinka 10 promilių.
Pavyzdžiui, 2,5% = 25‰, o 2,5‰ = 0,25%.
Promilėmis kartais išreiškiama maža tirpalų koncentracija (grynos medžiagos dalis tirpale).
Pavyzdžiui, buitinio kalio permanganato tirpalo koncentracija yra 2‰ (arba 0,2%). Tai reiškia, kad litre tirpalo yra 2 gramai kalio permanganato.

UŽDAVINYS. Į vandenį įlašinus acto rūgšties, gautas 1 litras 2‰ skiedinio. Kiek mililitrų ($1\,\ell = 1000\,\text{m}\ell$) vandens ir kiek mililitrų acto rūgšties yra tirpale?
Sprendimas. Acto rūgšties skiedinyje yra 2‰, o tai atitinka $\frac{2}{1000}$ skiedinio kiekio:

$$\frac{2}{1000} \cdot 1000 = 2\,(\text{m}\ell).$$

Vandens skiedinyje yra 1000 – 2 = 998 (mℓ).
Atsakymas. 998 mℓ, 2 mℓ.

Pratimai ir uždaviniai

209. a) Kurias paprastąsias suprastintas ir dešimtaines trupmenas atitinka 2‰; 20‰; 0,2‰; 200‰?

b) Kiek promilių atitinka dalys 0,007; $\frac{1}{250}$; 0,07; $\frac{4}{125}$?

c) Išreikškite 15‰; 20‰; 1,5‰; 150‰; 0,15‰ procentais.

d) Išreikškite 7,7%; 0,75%; 0,075%; 75% promilėmis.

210. Baikite pildyti oro sudėties lentelę ir atsakykite į klausimus.

Dujos	Sudėtis pagal tūrį	
	procentais	promilėmis
Azotas	78	
Deguonis		210
Argonas	0,94	
Anglies dioksidas	0,03	
Vandens garai	0,3	

a) Kiek deguonies yra 10 kg oro?

b) Kiek vandens garų yra 800 g oro?

c) Kambario ilgis 4 m, plotis – 3 m, o aukštis – 2,6 m. Raskite kambaryje esančio oro anglies dioksido masę, jeigu 10 m^3 oro masė lygi 13 kg.

211. a) Paruoštas 15‰ kalio permanganato tirpalas, kurio masė 0,5 kg. Kiek gramų kalio permanganato grūdelių reikėjo ištirpinti vandenyje?

b) Druskos tirpalo masė 300 g. Apskaičiuokite tirpalo druską promilėmis, jei šiam tirpalui paruošti sunaudota 4,5 g druskos.

212. Klasėje mokosi 12 mergaičių ir 18 berniukų. Kiekvienai trumpos sąlygos schemai suformuluokite jas atitinkantį uždavinį:

a) 30 mokinių — 100%,
12 mergaičių — x%;

b) 30 mokinių — 100%,
18 berniukų — y%;

c) 18 berniukų — 100%,
12 mergaičių — z%;

d) 12 mergaičių — 100%,
18 berniukų — u%;

e) 30 mokinių — 100%,
v mergaičių — 40%;

f) t mokinių — 100%,
12 mergaičių — 40%.

213. Sudarę proporciją, išspręskite uždavinius:

a) Kiek procentų skaičius 621 sudaro skaičiaus 90?
b) Raskite skaičių, kurio 2500% lygu 750.
c) Raskite 3,8% skaičiaus 9,5.
d) Raskite skaičių, kurio 52,1% lygu 20,84.
e) Kiek procentų sudaro $\frac{4}{5}$ skaičiaus 2,5?
f) Raskite 160% skaičiaus 300.

214. a) Iš 20 pratimų mokinys teisingai išsprendė 13. Kiek procentų visų pratimų mokinys išsprendė neteisingai?
b) Iš 80 rastų baravykų sukirmijusių buvo 15. Kiek procentų visų baravykų sudarė sveiki baravykai?

215. Lentelėje surašyta, kaip žaidėjams sekėsi mėtyti baudas rungtynių metu.

Žaidėjas	Pataikyta	Pataikymo procentas
Vytas	0 iš 2	
Martynas	4 iš 5	
Linas	5 iš 6	
Tomas	10 iš 15	
Rimvydas	3 iš 4	
Justas	8 iš 10	
Vaidas	1 iš 1	

Suskaičiuokite pataikymo procentus ir pasvarstykite, kuriam žaidėjui reikėtų patikėti lemiamą baudos metimą paskutinę rungtynių sekundę po techninės varžovų pražangos.

216. Už dvi knygas sumokėta 12,6 Lt. Kiek kainuoja kiekviena knyga, jeigu:

a) viena jų 25% brangesnė už kitą?
b) viena jų 25% pigesnė už kitą?

217. Kampas CDE – ištiestinis, kampas ABK sudaro 40% kampo CDE, o kampo MON didumas yra lygus kampų CDE ir ABK didumų aritmetiniam vidurkiui. Raskite kiekvieno kampo didumą ir su matlankiu nubraižykite kiekvieną šių kampų.

218. Apskaičiuokite reiškinio $\frac{x-y}{x^2-y^2}$ skaitinę reikšmę, kai:

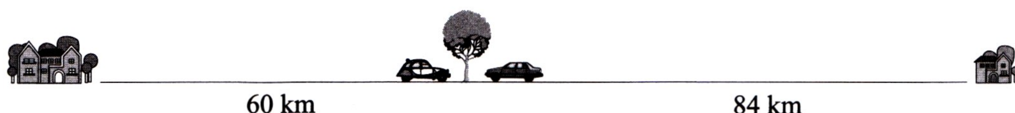
a) $x = -1{,}6,\ y = 1{,}4$
b) $x = \frac{3}{7},\ y = \frac{4}{7}$
c) $x = -\frac{5}{6},\ y = -0{,}5$
d) $x = \frac{3}{4},\ y = -0{,}25$

219. Arklys pririštas prie kuolo 10 m ilgio virve. Raskite plotą sklypo, kuriame gali ganytis arklys.

220. Tuo pačiu metu iš Kairėnų ir Dešinėnų vienas priešais kitą išvažiavo du automobiliai, kurių greičiai lygūs atitinkamai 60 km/h ir 84 km/h. Po 15 min. automobiliai susitiko.

a) Koks atstumas tarp Kairėnų ir Dešinėnų?

Pavyzdys: Jeigu būtų pasakyta, kad automobiliai susitiko po 1 valandos, tai atstumą tarp miestų rasti būtų labai paprasta:



Jei būtų pasakyta, kad automobiliai susitiko po pusės valandos, tai schema atrodytų taip:



Koks iš tikrųjų atstumas tarp Kairėnų ir Dešinėnų?



---

b) Kiek laiko kiekvienas automobilis važiavo iš vieno miesto į kitą?

4 Darbo užmokesčio skaičiavimas

Didžiausią dirbančio žmogaus pajamų dalį dažniausiai sudaro *darbo pajamos*. Už atliekamą darbą paprastai mokamas arba *tarifinis*, arba *pareiginis* atlyginimas.

- *Tarifinis atlyginimas* – tai pinigų suma, apskaičiuojama darbuotojui pagal dirbtas valandas arba pagal pagamintos produkcijos kiekį.
- *Pareiginis atlyginimas* – tai pastovi pinigų suma, mokama darbuotojui kas mėnesį, kas dvi savaites arba kas savaitę.

Priimamas į darbą darbuotojas ir darbdavys paprastai sudaro darbo sutartį. Joje aptariami įvairūs klausimai, tarp jų – ir koks bus atlyginimas, kada jis bus mokamas. Toliau, jeigu nepasakyta kitaip, atlyginimu laikysime tą pinigų sumą, kuri numatyta darbo sutartyje (t. y. prieš išskaičiuojant visus mokesčius).
Daugelio įstaigų ir organizacijų darbuotojų atlyginimai yra *pareiginiai*. Jie skaičiuojami taip:

Pareiginis atlyginimas = Bazinė mėnesinė alga × Kvalifikacinis koeficientas

Bazinę mėnesinę algą nustato Vyriausybė, o kvalifikacinį koeficientą apsprendžia darbuotojo pareigos ir kvalifikacija.
Pavyzdžiui, jeigu bazinė mėnesinė alga yra 105 Lt, o darbuotojo kvalifikacinis koeficientas 12,76, tai darbuotojo pareiginis atlyginimas per mėnesį yra $105 \cdot 12{,}76 = 1339{,}8$ (Lt).
Dirbančių gamyboje atlyginimai dažniausiai yra *tarifiniai*. Jie skaičiuojami taip:

Tarifinis atlyginimas = Valandinis atlygis (Lt) × Darbo laikas (h)

Paprastai įstaigose nustatoma 40 valandų 5 darbo dienų savaitė. Pavyzdžiui, galima tokia darbo savaitės tvarka: pirmadienį, antradienį, trečiadienį ir ketvirtadienį dirbama nuo 8 iki 17 valandos, o penktadienį – nuo 8 iki 15 valandos 45 minučių; pietų pertrauka nuo 12 iki 12 valandos 45 minučių.
Pavyzdžiui, jeigu darbuotojo valandinis atlygis yra 9 Lt, o darbo diena pirmadienį trunka 8 h 15 min, tai darbuotojo tarifinis atlyginimas per dieną yra $9 \cdot 8\frac{1}{4} = 74{,}25$ (Lt), o per 40 valandų darbo savaitę – $9 \cdot 40 = 360$ (Lt).

Pratimai ir uždaviniai

221. Penkių darbo dienų savaitės trukmė yra 40 valandų.

a) Penktadienį, prieš poilsio dienas, dirbama 50 min. trumpiau negu kitomis dienomis. Kiek laiko trunka darbo diena penktadienį?

b) Kasdien nuo pirmadienio iki ketvirtadienio dirbama 50 min. ilgiau negu penktadienį. Kiek laiko trunka darbo diena tomis dienomis?

222. Darbininko valandinis atlygis yra 4,5 Lt. Pasinaudoję 221 uždavinio duomenimis, apskaičiuokite darbininko tarifinį atlyginimą:

a) per tris pirmąsias darbo savaitės dienas;

b) per tris paskutiniąsias darbo savaitės dienas.

223. Darbo sutartyje numatytas 4,8 Lt valandinis atlygis. Koks bus darbininko tarifinis atlyginimas už visas darbo dienas šių metų:

a) gegužės mėnesį; b) birželio mėnesį?

224. Apskaičiuokite darbuotojo pareiginį atlyginimą per mėnesį, jei:

a) bazinė mėnesinė alga 95 Lt; 100 Lt; 105 Lt; 110 Lt, o kvalifikacinis koeficientas 8,5;

b) bazinė mėnesinė alga 105 Lt, o kvalifikacinis koeficientas 6,3; 6,03; 13,01; 15,4; 40.

225. Išsiaiškinkite, kokia šiuo metu yra Vyriausybės nustatyta bazinė mėnesinė alga. Apskaičiuokite specialisto pareiginį atlyginimą per mėnesį, jeigu jo kvalifikacinis koeficientas lygus:

a) 7,18; b) 8,05; c) 10,3; d) 12,4.

226. Darbuotojui mokamas pareiginis atlyginimas. Apskaičiuokite jo atlyginimą per mėnesį, jeigu bazinė mėnesinė alga 105 Lt, kvalifikacinis koeficientas – 7,6 ir dar mokama 5% šio pareiginio atlyginimo priedas.

227. 531 Lt sudaro 118% Petro turimos pinigų sumos. Kiek litų turi Petras?

228. Raskite 118% nuo 450 Lt sumos.

229. Kostiumas kainuoja 450 Lt, o paltas 531 Lt.

a) Kiek procentų kostiumo kainos sudaro palto kaina?

b) Kiek procentų palto kainos sudaro kostiumo kaina?

c) Kiek procentų paltas brangesnis už kostiumą?

230. Perskaitę **227–229** uždavinių sąlygas, išsiaiškinkite, kuri schema atitinka uždavinio sąlygą.

A	v Lt — 100% 531 Lt — 118%	B	450 Lt — 100% y Lt — 118%	C	531 Lt — 100% 450 Lt — z%
D	450 Lt — 100% 81 Lt — u%	E	450 Lt — 100% 531 Lt — x%		

231. Koordinačių plokštumoje nubraižykite trikampį ABC, kurio viršūnės yra $A(6;\ 3)$, $B(-2;\ -3)$ ir $C(-2;\ 3)$. Apskaičiuokite trikampio plotą.

232. Apskaičiuokite:

a) $-1{,}8 : \frac{1}{4} - \frac{2}{3} \cdot (-2{,}4)$; b) $-2{,}6 : \frac{1}{3} - \frac{5}{6} \cdot (-4{,}2)$.

233. Atstumas tarp Šiaulių ir Tauragės per Kryžkalnį lygus 110 km. Tuo pačiu metu iš Tauragės į Šiaulius išvažiavo lengvasis automobilis 85 km/h greičiu, o iš Šiaulių į Tauragę – sunkvežimis 65 km/h greičiu.

a) Per kiek laiko nuo išvažiavimo abu automobiliai susitiko?

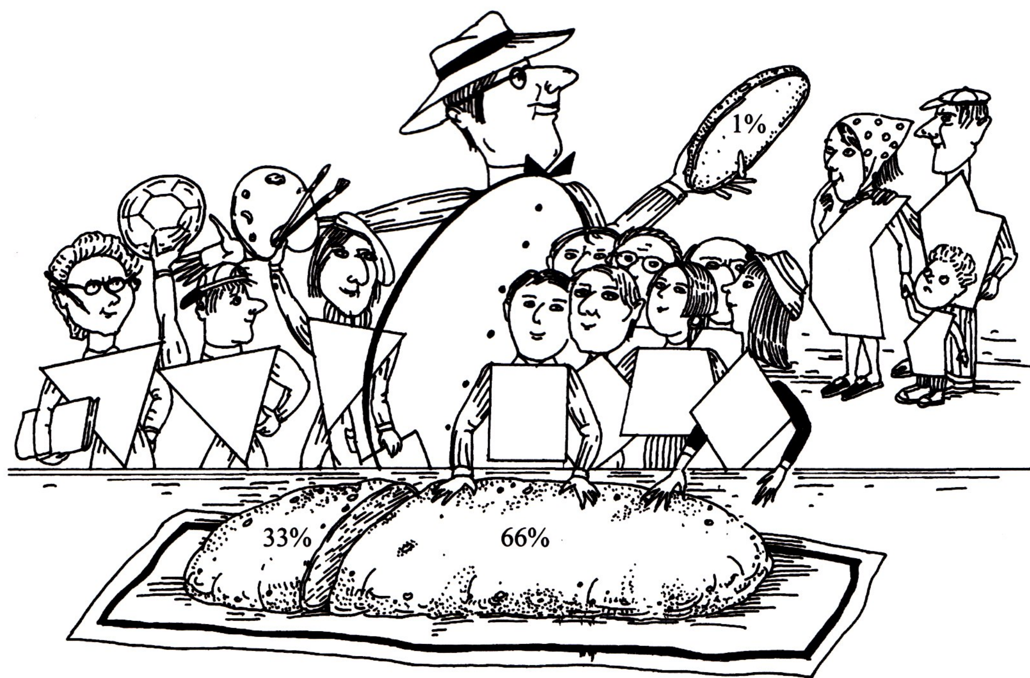
b) Kur yra automobilių susitikimo vieta Kryžkalnio atžvilgiu, jeigu atstumas tarp Tauragės ir Kryžkalnio yra 34 km?

234. Du darbininkai, dirbdami kartu, numatytą darbą gali atlikti per 8 dienas. Pirmasis jį atlieka per 24 dienas. Per kiek dienų šį darbą gali atlikti antrasis darbininkas?

5 Išskaičiavimai iš atlyginimo

Kiekvienas žmogus iš savo tarifinio ar pareiginio atlyginimo moka *pajamų* ir *socialinio draudimo* mokesčius. Pajamų mokestis šiuo metu sudaro 33% atlyginimo dalies, viršijančios neapmokestinamąjį minimumą. Neapmokestinamąjį minimumą nustato Vyriausybė, jis gali būti skirtingas įvairių kategorijų žmonėms. Neapmokestinamasis minimumas daugumai darbuotojų, kurie neturi lengvatų, 1998 metais buvo 214 Lt. Socialiniam draudimui (SODRAI) darbuotojas moka 1% atlyginimo.

Pavyzdys. Sakykime, kad darbuotojo atlyginimas pagal sutartį yra 900 Lt per mėnesį.
Tada *pajamų mokestis* yra $(900 - 214) \cdot 0{,}33 = 686 \cdot 0{,}33 = 226{,}38$ (Lt), o *mokestis SODRAI*: $900 \cdot 0{,}01 = 9$ (Lt).
Atskaičius mokesčius, darbuotojas gauna $900 - 226{,}38 - 9 = 664{,}62$ (Lt).



Pratimai ir uždaviniai

235. Motinai arba tėvui, neturintiems sutuoktinio ir auginantiems vaiką iki 18 metų, neapmokestinamas minimumas 1998 metais buvo 287 litai, o auginantiems du ar daugiau vaikų iki 18 metų, už antrą ir kiekvieną paskesnįjį vaiką neapmokestinamas minimumas didinamas 45 litais. Koks buvo neapmokestinamas minimumas vienišai motinai, jei ji augino

a) du; b) tris; c) keturis; d) penkis vaikus?

236. Asmenims, turintiems tris ir daugiau vaikų iki 18 metų, neapmokestinamas minimumas 1998 metais buvo 368 Lt. Kokį pajamų mokestį ir mokestį SODRAI mokėjo toks asmuo, uždirbantis per mėnesį 1000 Lt? 1200 Lt?

237. Neapmokestinamas minimumas I grupės invalidams buvo 368 Lt, II grupės invalidams – 324 Lt, o III grupės invalidams – 242 litai. Kiek pinigų gavo kiekvienas atskaičius mokesčius, jei jų mėnesinis atlyginimas buvo 900 Lt?

238. Žemės ūkio produkciją gaminančių įmonių darbuotojų neapmokestinamas minimumas 1998 metais buvo 278 Lt. Kiek litų pajamų mokesčio ir mokesčio SODRAI reikėjo mokėti ūkininkui, uždirbančiam per mėnesį 200 Lt? 300 Lt? 500 Lt? 600 Lt?

239. Kiek pinigų, atskaičiavus mokesčius, gaus vyras ir žmona per metus, kurių atlyginimai per mėnesį atitinkamai 950 Lt ir 600 Lt, o jų neapmokestinamasis minimumas yra 214 Lt?

240. Apskaičiuokite darbuotojo pareiginį mėnesinį atlyginimą, jeigu bazinė mėnesinė alga yra 105 Lt, o jo kvalifikacinis koeficientas 9,06. Kiek litų pajamų mokesčio ir mokesčio SODRAI iš jo atlyginimo bus atskaičiuota, jei darbuotojo neapmokestinamasis minimumas yra 214 Lt?

241. Darbuotojui mokamas 4,6 Lt valandinis atlygis. Koks darbuotojo tarifinis atlyginimas buvo už visas darbo dienas šių metų:

a) kovo mėnesį; b) balandžio mėnesį?

242. Kiek vandens reikia paimti, kad:

a) iš 150 g druskos išeitų 10% sūrymas?
b) iš 750 g cukraus išeitų 40% sirupas?

243. Lygiašonio trikampio perimetras 34 cm. Raskite jo kraštines, jei:

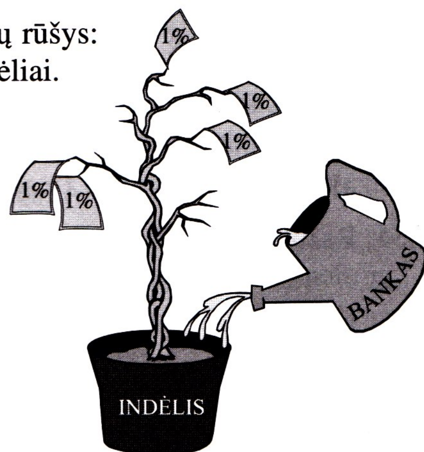
a) pagrindas 5 cm trumpesnis už šoninę kraštinę;
b) šoninė kraštinė 5 cm trumpesnė už pagrindą.

244. Vienu vamzdžiu baseiną galima pripildyti per 4 h, o kitu – per 6 h. Per kiek laiko bus pripildyta pusė baseino abiem vamzdžiais kartu?

6 Palūkanos. Palūkanų norma

Kai žmonės padeda pinigus į banką, jie iš tikrųjų skolina juos bankui, kuris savo ruožtu perskolina pinigus gamybininkams, verslininkams, prekybininkams.
Už bankui paskolintus pinigus (indėlius) žmogus gauna iš banko pinigų, kurie vadinami *palūkanomis*.
Palūkanų norma vadinami banko mokami metiniai procentai už paskolintus pinigus.
Yra dvi pagrindinės bankuose laikomų indėlių rūšys: indėliai *iki pareikalavimo* ir *terminuotieji* indėliai.

- Indėlius *iki pareikalavimo* galima atsiimti bet kuriuo metu. Paprastai už juos mokamos nedidelės palūkanos.
- Už *terminuotuosius* indėlius mokamos didesnės palūkanos negu už indėlius iki pareikalavimo, bet jie atsiimami tik praėjus sutartam laikui.



Pratimai ir uždaviniai

245. Banke per metus 1600 Lt indėlis išaugo iki 1696 Lt.

a) Kiek palūkanų priskaičiavo bankas?
b) Kokia banko metinių palūkanų norma?

246. Į banką padėta 2500 Lt. Kiek palūkanų bus gauta po metų, jei banko metinių palūkanų norma yra:

a) 4%; b) 5%?

247. Kiek pinigų reikia padėti į banką, norint per metus gauti 800 Lt palūkanų, jeigu banko metinių palūkanų norma yra:

a) 4%; b) 5%; c) 5,5%; d) 4,5%?

248. Kiek pinigų reikės grąžinti po metų, jei buvo pasiskolinta 4500 Lt suma su metinių palūkanų norma lygia:

a) 8%; b) 9%?

249. Kiek pinigų buvo pasiskolinta, jei už paskolą, gautą metams su 8% metinių palūkanų norma, teko grąžinti:

a) 7020 Lt; b) 5832 Lt?

250. a) 1500 Lt indėlio metinės palūkanos banke buvo 90 Lt. Kokios palūkanos per metus šiame banke būtų už 2800 Lt indėlį?
b) 2500 Lt indėlio metinės palūkanos banke buvo 125 Lt. Už kokį indėlį metinės palūkanos šiame banke būtų 80 Lt?

251. Kiek darbuotojas uždirba per 6 darbo valandas, jeigu per 40 valandų darbo savaitę jo tarifinis atlyginimas yra:

a) 224 Lt; b) 196 Lt?

252. Kiek pajamų mokesčio atskaičiuojama iš darbuotojo, kurio neapmokestinamasis minimumas 278 Lt, jei mokestis SODRAI buvo:

a) 6,5 Lt; b) 8,4 Lt?

253. Koks darbuotojo, kurio neapmokestinamasis minimumas yra 278 Lt, mėnesinis atlyginimas, jei iš jo buvo atskaičiuotas:

a) 198 Lt; b) 247,5 Lt pajamų mokestis?

254. Bazinė mėnesinė alga yra 105 Lt. Koks darbuotojo kvalifikacinis koeficientas, jei jo pareiginis atlyginimas per mėnesį yra:

a) 756 Lt; b) 846,3 Lt?

255. Išspręskite lygtį:

a) $8 - 1{,}5 \cdot (3x + 2) = \frac{2}{3}(4 - 6x)$;
b) $\frac{4}{5}(3x - 10x) = 12 - 2{,}5(3x - 5)$.

256. Apskaičiuokite:

a) $2^3 \cdot 5 \cdot \sqrt{81}$; b) $\sqrt{64} \cdot 3^3 \cdot 5^2$.

257. Kokie algebriniai reiškiniai turėtų būti parašyti debesėlio vietoje?

a) Jeigu prieš x metų Algiui buvo a metų, tai prieš dvejus metus jam buvo metų.
b) Jeigu po x metų Agnei bus a metų, tai po vienerių metų jai bus metų.

258. Iš Panevėžio Šiaulių–Plungės kryptimi išvažiavo vienas automobilis, važiuojantis vidutiniu 75 km/h greičiu, o po 20 min. paskui jį kitas automobilis – 90 km/h greičiu.

a) Per kiek laiko antrasis automobilis pavys pirmąjį?
b) Kaip toli nuo Šiaulių bus automobiliai pasivijimo momentu, jeigu tarp Panevėžio ir Šiaulių 82 km?

259. Viena mergaitė gali nuravėti daržą per 1 h, antra – per 2 h, trečia – per 3 h, o ketvirta – per 4 h. Per kiek laiko nuravės šį daržą visos mergaitės kartu?

7 Valiutų kursai

Šiemet Daiva ir Vaidotas su tėveliais planuoja aplankyti bičiulius Latvijoje ir Estijoje. Suprantama, kelionėje šeimai prireiks tų valstybių pinigų: Latvijoje – latų, Estijoje – kronų. Todėl litus reikės banke keisti į latus ir kronas. Laikraštyje Daiva ir Vaidotas susirado bankų informaciją.

Bankas	JAV doleris		Vokietijos markė		D. Britanijos svaras sterl.		Prancūzijos frankas		Latvijos latas		Estijos krona	
	perk.	pard.	perk.	pard.	perk.	pard.	perk.	pard.	perk.	pard.	perk.	pard.
„Auksinas“	3,98	4,01	2,35	2,40	6,69	6,81	0,68	0,73	6,68	6,88	0,27	0,31
„Banknotas“	3,98	4,01	2,33	2,41	6,64	6,85	0,69	0,72	6,53	6,93	0,28	0,30
„Centas“	3,98	4,00	2,36	2,41	6,69	6,84	0,69	0,73	6,64	6,80	0,23	0,30
„Grašis“	3,97	4,01	2,35	2,42	6,63	6,90	0,68	0,74	–	–	–	–
„Litas“	3,99	4,01	2,35	2,40	6,55	6,75	0,67	0,72	6,10	6,80	0,22	0,30
„Kapitalas“	3,98	4,01	2,33	2,39	6,62	6,82	0,68	0,72	6,50	6,79	0,26	0,29
„Moneta“	3,98	4,01	2,31	2,39	6,60	6,78	0,62	0,72	6,50	6,80	0,25	0,30
„Skatikas“	3,99	4,01	2,35	2,38	6,65	6,76	0,65	0,74	6,70	6,85	0,25	0,32
„Skalsa“	3,99	4,01	2,36	2,39	6,55	6,71	0,64	0,71	6,55	6,78	0,25	0,30
„Verslas“	3,99	4,01	2,33	2,39	6,59	6,72	0,68	0,71	6,60	6,73	0,26	0,28

Valiutų kursai – tai įvairių pinigų lyginamoji vertė (šiuo atveju įvairios valiutos su litais). Lentelės stulpeliuose nurodoma kaina litais, kuria bankai perka (perk.) ir kuria parduoda (pard.) kai kurių šalių pinigus.



Kartu su Vaidotu ir Daiva išsiaiškinkite, kuriame banke naudingiausia keisti litus į latus, o kuriame – į kronas.

UŽDAVINYS. Apskaičiuokite, kiek daugiausia šeima gali gauti latų, išsikeitusi 500 Lt, ir kiek kronų, išsikeitusi 400 Lt.

Sudarome schemą ir skaičiuojame skaičiuokliu:

1) 1 latas — 6,73 Lt,
x latų — 500 Lt,
$$x = \frac{1 \cdot 500}{6{,}73} \approx 74{,}29 \text{ (lato)};$$

2) 1 krona — 0,28 Lt,
y kronų — 400 Lt,
$$y = \frac{1 \cdot 400}{0{,}28} \approx 1428{,}57 \text{ (kronos)}.$$

Pratimai ir uždaviniai

Naudodamiesi pateikta valiutų kursų lentele ir pasirinkę palankiausią banką, skaičiuokliu atlikite **260–263** užduotis.

260. a) Kiek JAV dolerių gausime, iškeitę 700 Lt?
b) Kiek litų gausime, pardavę 250 JAV dolerių?

261. a) Kiek Vokietijos markių gausime, iškeitę 600 Lt?
b) Kiek litų gausime, pardavę 120 Vokietijos markių?

262. a) Kiek galima nusipirkti D. Britanijos svarų sterlingų už 480 Lt?
b) Kiek galima gauti litų už 1200 D. Britanijos svarų?

263. a) Kiek gausime Prancūzijos frankų, iškeitę 1200 Lt?
b) Kiek gausime litų, iškeitę 450 Prancūzijos frankų?

264. Į banką padėtas 6400 Lt indėlis su 6% metinių palūkanų norma. Kiek palūkanų sumokės bankas po vienerių metų?

265. Per metus 12 000 Lt indėlis išaugo iki 12 840 Lt. Kokia banko metinių palūkanų norma?

266. Kiek pinigų reikia padėti į banką norint gauti 1000 Lt palūkanų per metus, jei metinių palūkanų norma yra 6%?

267. Terminuotasis 8500 Lt indėlis padėtas metams į banką su 7% metinių palūkanų norma ir 2000 Lt indėlis iki pareikalavimo į banką su 2% metinių palūkanų norma.

a) Kiek palūkanų bus gauta už terminuotąjį indėlį?
b) Kiek palūkanų bus gauta po metų už indėlį iki pareikalavimo?

268. Mieste gyvena 60 000 gyventojų. Kasmet mieste vidutiniškai gimsta 9‰ vaikų nuo viso gyventojų skaičiaus. Kiek vaikų gimsta mieste per metus?

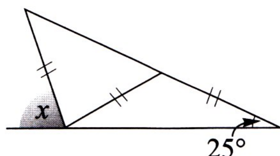
269. Leistina alkoholio kraujyje promilių norma vairuotojui Italijoje yra 0,8, Prancūzijoje – 0,5, Lietuvoje – 0,4, Lenkijoje – 0,2, o Vengrijoje 0,0. Kiek gramų alkoholio dar gali būti 50 g italo, prancūzo, lietuvio, lenko, vengro kraujo, kad jie nebaudžiami galėtų vairuoti automobilį savo šalyje?

270. Koks yra skaičius, jeigu jo:

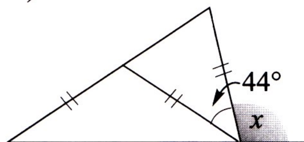
a) 40% yra lygu 8;
b) 30% yra lygu 12?

271. Pagal brėžinio duomenis raskite x:

a)



b)



272. a) Šešiems langams nudažyti sunaudota 1,8 kg dažų. Kiek dažų reikės nudažyti 8 tokiems langams?

b) Už 5 m audinio sumokėta 24 Lt. Kiek kainuoja 12 m to paties audinio?

273. Kokie skaičiai turėtų būti parašyti debesėlių vietoje?

a) $50\ \mathrm{dm}^3 = \quad \mathrm{m}^3 = \quad \ell$;

b) $0{,}5\ \mathrm{m}^3 = \quad \mathrm{cm}^3 = \quad \ell$.

274. a) Turistai išėjo į dviejų dienų žygį. Pirmą dieną jie nukeliavo 24 km, ir tai sudarė 60% planuoto maršruto. Kiek kilometrų turistams liko eiti antrą dieną?

b) Lauką sudaro du sklypai. Vieno sklypo plotas lygus 56 ha, ir tai sudaro 70% viso lauko. Koks kito sklypo plotas?

275. a) Laikrodis rodo 12 val. 30 min. Kiek jis rodys po 8000 sekundžių? Kiek rodė prieš 5000 sekundžių?

b) Šiandien ... (pasakykite savaitės dieną). Kokia savaitės diena buvo prieš 500 parų? bus po 1000 parų?

276. Pabaikite pildyti lentelę.

b	$0{,}6b$	$2-b$
$3\frac{2}{3}$		
		$1\frac{1}{3}$
	$-0{,}9$	

277. Kam lygus dviejų iš eilės einančių lyginių sveikųjų skaičių santykis, jei jų suma lygi 30?

278. Iš Kretingos ir Šeduvos tuo pačiu metu vienas priešais kitą išvažiavo krovininis ir lengvasis automobiliai. Krovininis automobilis kelią tarp miestų nuvažiuoja per 4 h, o lengvasis – per 2,5 h. Po kiek laiko automobiliai susitiks?

Pasitikrinkite

1. Užpildykite lentelę.

	Dešimtainė trupmena	Paprastoji suprastinta trupmena	Procentai	Promilės
a)	0,4			
b)		$\frac{3}{25}$		
c)			360	
d)				4

2. a) Kiek procentų kostiumo kainos sudaro 50 Lt, jei kostiumas kainuoja 320 Lt?
   b) Raskite talpą bako, kurio 0,8% tūrio sudaro 7,6 litro.
   c) Raskite 175% skaičiaus 48.
   d) Kiek procentų skaičiaus 50 sudaro skaičius 320?
   e) Kurią skaičiaus 25 dalį sudaro skaičius 15?

3. a) Parke auga 200 medžių, 160 jų yra lapuočiai. Kiek procentų visų parko medžių sudaro lapuočiai?
   b) Parke auga 111 lapuočių, o tai sudaro 74% visų parko medžių. Kiek medžių auga parke?

4. Sklypas apsėtas kviečiais ir miežiais. Miežiais apsėta 16 ha, o tai sudaro 32% viso sklypo.
   a) Koks viso sklypo plotas?
   b) Kiek procentų kviečių ploto sudaro miežių plotas?
   c) Kiek procentų miežių ploto sudaro kviečių plotas?
   d) Kiek procentų šio sklypo sudaro 18 ha?
   e) Kuri sklypo dalis apsėta kviečiais?

5. Tarnautojo atlyginimas nuo 780 Lt padidėjo iki 819 Lt. Kiek procentų padidėjo tarnautojo atlyginimas?

6. 400 Lt kainavęs kostiumas parduodamas už 375 Lt. Su kiek procentų nuolaida parduodamas kostiumas?

7. Paruoštas 12‰ kalio permanganato tirpalas, kurio masė 0,4 kg. Kiek gramų kalio permanganato grūdelių reikėjo ištirpinti vandenyje?

8. Banke per metus 2400 Lt indėlis išaugo iki 2544 Lt. Kokia banko metinių palūkanų norma?

9. Kiek pinigų reikia padėti į banką, norint gauti 300 Lt palūkanų per metus, esant 4% metinių palūkanų normai?

10. Darbininkui mokamas 6,8 Lt valandinis atlygis. Koks šio darbininko tarifinis atlyginimas už 175 h 15 min darbo mėnesį?

11. Tarnautojui už kovo mėnesį pareiginis atlyginimas buvo skaičiuojamas pagal koeficientą 9,65. Kiek litų tarnautojui buvo priskaičiuota, jeigu bazinė mėnesinė alga buvo 105 Lt?

12. Darbuotojo atlyginimas per mėnesį 1250 Lt. Kiek jis gaus pinigų per metus, atskaičiavus pajamų ir SODROS mokesčius, jeigu neapmokestinamasis minimumas šiam darbuotojui
a) 214 Lt; b) 368 Lt?

13. Pagal lentelę, esančią 7 skyrelyje, „Cento" banke buvo galima iškeisti (apskaičiuokite skaičiuokliu):
a) 800 Lt į D. Britanijos svarų sterlingų;
b) 700 Lt į Vokietijos markių;
c) 600 Lt į JAV dolerių;
d) 850 Lt į Latvijos latų;
e) 900 Estijos kronų į litų;
f) 650 Prancūzijos frankų į litų.

14. Suprastinkite trupmeną:
a) $\frac{12\cdot28\cdot10}{49\cdot30\cdot8}$; b) $\frac{5\cdot6+5\cdot4}{80}$.

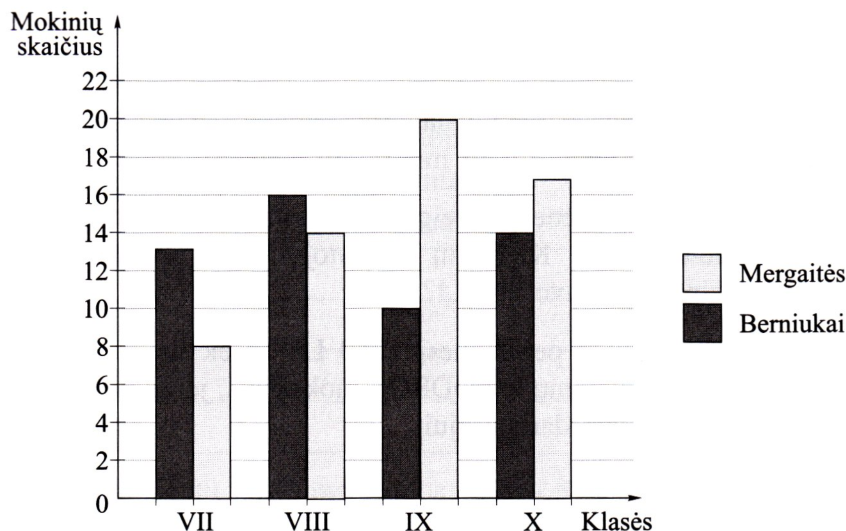
15. Parašykite bent du skaičius, esančius tarp skaičių:
a) $-\frac{1}{2}$ ir $-\frac{1}{3}$; b) $-0{,}03$ ir $-0{,}02$.

16. a) Su kuria kintamojo reikšme reiškinių $25-3x$ ir $2x+29$ reikšmės yra lygios?
b) Su kuria kintamojo reikšme reiškinio $3x+2$ reikšmė lygi 1?

17. Iš Kuršėnų ir Šeduvos tuo pačiu metu išvažiavo du automobiliai, kurių greičiai atitinkamai buvo 70 km/h ir 86 km/h. Koks atstumas tarp šių miestų, jei automobiliai susitiko po 25 minučių?

18. Klasėje mokosi 24 mokiniai. Berniukų ir mergaičių santykis 5 : 3. Kiek berniukų ir kiek mergaičių yra klasėje?

19. Diagramoje pavaizduota, kiek berniukų ir kiek mergaičių mokosi VII–X klasėse. Kuris iš pateiktų teiginių yra teisingas?



A Aštuntoje klasėje mokosi mažiausiai mokinių.
B Devintoje klasėje mergaičių yra du kartus mažiau negu berniukų.
C Dešimtoje klasėje berniukų yra mažiau negu mergaičių.
D Devintoje ir aštuntoje klasėse mokosi po lygiai mokinių.

20. Parašykite skyrių vienetais skaičių, kuriame yra:
a) y dešimčių ir x vienetų;
b) 2 šimtai, x dešimčių ir y vienetų.

21. Apskaičiuokite:
a) $\frac{2^2}{3} \cdot 2 - \sqrt{36}$; b) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 2 - \sqrt{25}$.

22. Nubraižykite skritulį, kurio ploto 50% yra $4{,}5\pi$ cm^2.

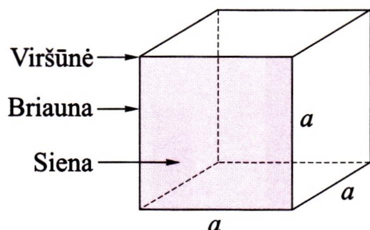
23. Stačiakampio ilgis 8 cm, o plotis 4 cm. Nubraižykite stačiakampį, kurio ilgis 50% didesnis už duotojo stačiakampio ilgį, o plotis 25% mažesnis už duotojo stačiakampio plotį.
Koks duotojo ir naujojo stačiakampių:
a) plotų santykis; b) perimetrų santykis?

11 ERDVINIAI KŪNAI



1 Kubas

Pasigaminkite kubo išklotinę ir iš jos išlankstykite kubą.



Kubo paviršiaus plotas:

$$S_{pav} = 6a^2.$$

Kubo tūris:

$$V = a^3.$$

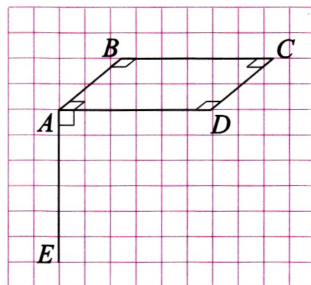
? Kiek sienų, kiek viršūnių ir kiek briaunų turi kubas?

? Paaiškinkite, kaip gaunama kubo paviršiaus ploto formulė.

Pratimai ir uždaviniai

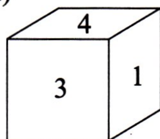
279. Pavaizduokite sąsiuvinyje kubą, pradėdami braižyti taip, kaip parodyta. Pažymėkite kubo viršūnes raidėmis ir išvardykite:

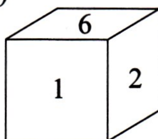
a) kubo sienas, turinčias bendrą viršūnę E;
b) kubo sienas, turinčias bendrą briauną BC;
c) kelias nesusikertančių briaunų poras.

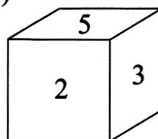


280. a) Kubo briauna lygi 2 m. Raskite kubo tūrį ir paviršiaus plotą.
b) Kubo tūris 1 m^3. Raskite kubo paviršiaus plotą.
c) Kubo paviršiaus plotas 24 cm^2. Raskite kubo tūrį.

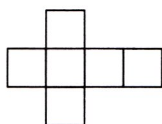
281. Kubo sienos sunumeruotos skaičiais nuo 1 iki 6. Koks skaičius yra ant apatinės kubo sienos kiekvienoje iš trijų kubo padėčių?

a)


b)


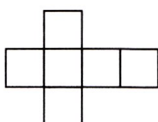
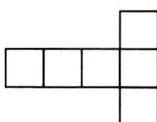
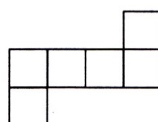
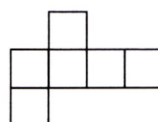
c)


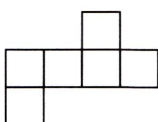
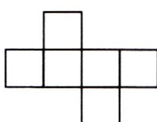
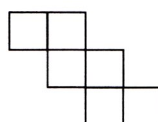
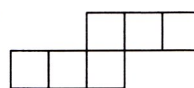
282. Viena iš kubo išklotinių yra pavaizduota brėžinyje.

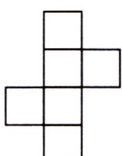
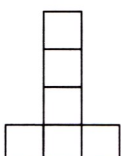
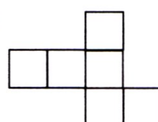
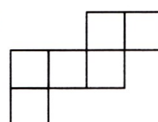


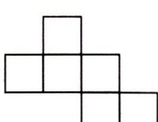
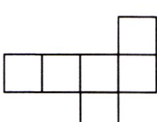
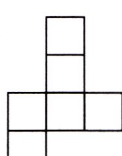
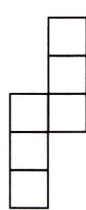
Kubo išklotines laikome vienodomis (lygiomis), jei jas galima sutapdinti uždėjus vieną ant kitos (galbūt prieš tai apvertus).

Kubas turi tik 11 nelygių išklotinių. Kurios iš čia pavaizduotų išklotinių yra vienodos?

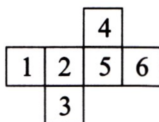
1) 
2) 
3) 
4) 

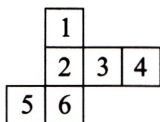
5) 
6) 
7) 
8) 

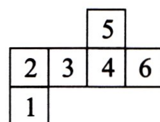
9) 
10) 
11) 
12) 

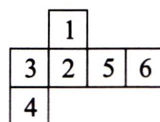
13) 
14) 
15) 
16) 

283. a) Kurios sienos bus priešingos, kai iš pavaizduotos išklotinės išlankstysime kubą?

1) 

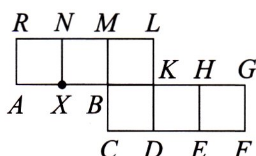
2) 

3) 

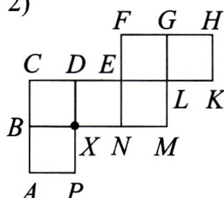
4) 

b) Kurie taškai sutaps su tašku X, jei iš išklotinės išlankstysime kubą?

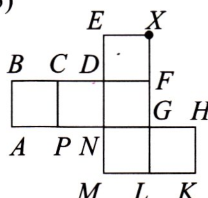
1)



2)



3)



284. Užpildykite lentelę (a – kubo briauna, S – paviršiaus plotas, V – tūris).

a	3 cm			2,5 cm	
S			150 cm^2		
V		64 cm^3			0,125 cm^3

285. Apskaičiuokite paviršiaus plotą, tūrį ir masę:

a) geležinio kubelio, kurio briauna lygi 0,8 cm (1 cm^3 geležies masė 7,8 g);

b) medinio kubelio, kurio briauna lygi 1,2 dm (1 cm^3 medžio masė 0,65 g).

286. Kas turėtų būti parašyta debesėlių vietoje?

a) $3\ \text{dm}^3 =$ ☁ $\text{cm}^3 = 0{,}003$ ☁; $\quad 3\ \text{m}^2 =$ ☁ dm^2;

b) $5{,}17\ \text{dm}^3 =$ ☁ $\text{m}^3 = 5170$ ☁; $\quad 5{,}17\ \text{dm}^2 =$ ☁ m^2;

c) $26\ \text{mm}^3 =$ ☁ $\text{cm}^3 =$ ☁ ℓ; $\quad 26\ \text{mm}^2 = 0{,}26$ ☁.

287. Apskaičiuokite:

a) $\frac{1}{15} + \frac{9}{30} + \frac{3}{10}$ b) $\frac{3}{7} + \frac{9}{14} + \frac{11}{35}$

c) $11 : 3\frac{1}{4} \cdot 5\frac{1}{2} : \frac{11}{15}$ d) $13 : 8\frac{1}{4} \cdot 2\frac{1}{3} : \frac{13}{17}$

288. Mintinai nustatykite, kokia bus liekana padalijus:

a) 3043 iš 2; b) 3248 iš 5; c) 310 457 iš 25.

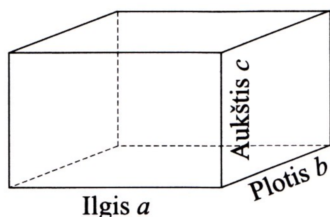
289. a) Raskite skaičių 300, 150 ir 525 mažiausią bendrąjį kartotinį (MBK) ir didžiausią bendrąjį daliklį (DBD).

b) Suprastinkite trupmeną, kurios skaitiklis lygus 20, o vardiklis lygus skaičių 75, 20 ir 30 mažiausiam bendrajam kartotiniui.

2 Stačiakampis gretasienis

Pasigaminkite stačiakampio gretasienio išklotinę ir iš jos išlankstykite stačiakampį gretasienį.

? Kiek skirtingų stačiakampių sudaro jūsų pasigaminto stačiakampio gretasienio paviršių?



Stačiakampio gretasienio paviršiaus plotas:

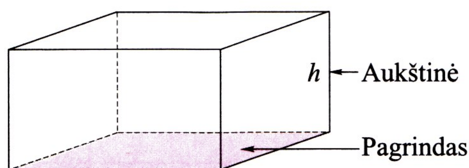
$$S_{pav} = 2(ab + ac + bc).$$

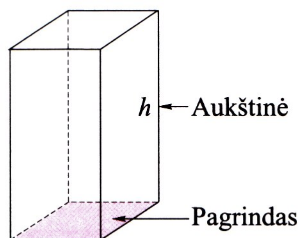
Stačiakampio gretasienio tūris:

$$V = abc.$$

? Paaiškinkite, kaip gaunama stačiakampio gretasienio paviršiaus ploto formulė.

Kartais viena stačiakampio gretasienio siena vadinama pagrindu, tada jai statmena briauna vadinama aukštine ir žymima raide h.





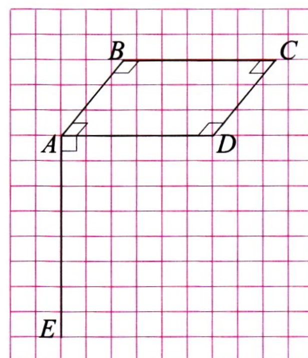
? Paaiškinkite, kodėl teisinga stačiakampio gretasienio tūrio formulė:

$$V = S_{pagr} \cdot h.$$

? Pabaikite sakinį. Kubas yra stačiakampis gretasienis, kurio ...

Pratimai ir uždaviniai

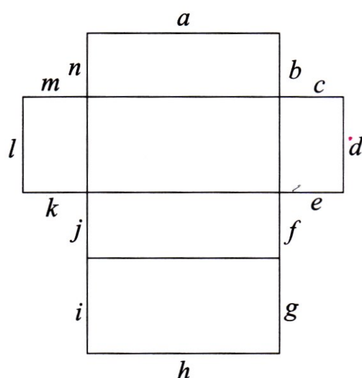
290. Pavaizduokite sąsiuvinyje stačiakampį gretasienį, pradėdami braižyti taip, kaip parodyta. Pažymėkite stačiakampio gretasienio viršūnes raidėmis ir išvardykite:

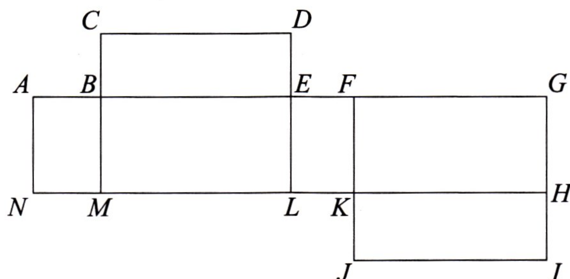


a) lygių sienų poras;
b) lygias briaunas;
c) sienas, turinčias bendrą viršūnę C;
d) kelias nesusikertančių briaunų poras.

291. Duota stačiakampio gretasienio išklotinė. Tarkime, kad iš pavaizduotos išklotinės išlankstėme stačiakampį gretasienį. Nurodykite:

a) kurios briaunos sutapo? b) kurios viršūnės sutapo?



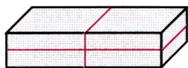


292. Remdamiesi stačiakampio gretasienio tūrio formule $V = abc$, užpildykite lentelę.

Nr.	a	b	c	V
1	5 m	4 m	$\frac{1}{2}$ m	
2	2 dm		5 dm	64 dm^3
3		2,5 mm	10 mm	100 mm^3
4	0,1 m	20 cm	3 dm	
5	11 cm		$\frac{2}{5}$ m	8,8 dm^3
6		5 m	60 dm	30 m^3

293. Dovanų dėžutės matmenys 20 cm × 8 cm × 6 cm. Pavaizduoti keli dėžutės surišimo būdai.

a)



b)



c)

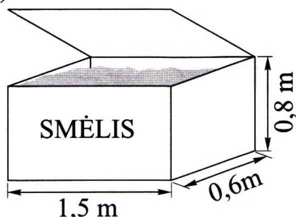


Kaip rišant juostelės reikės mažiausiai? daugiausiai?

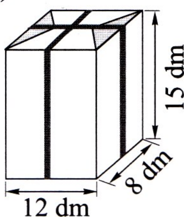
294. Evaldas gamina karkasinį stačiakampio gretasienio modelį iš vielos. Turėdamas keturis 9 cm ilgio vielos gabalus, Evaldas nori daugiau nebekarpydamas vielos išlankstyti stačiakampį gretasienį su 2 cm, 3 cm ir 4 cm ilgio briaunomis. Nubraižykite, kaip Evaldas turėtų išlankstyti ir sujungti turimus vielos gabalus.

295. Apskaičiuokite tūrius.

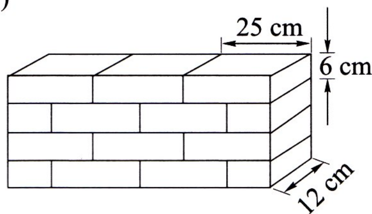
a)



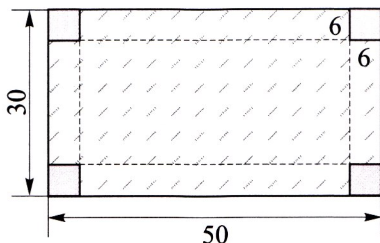
b)



c)



296. a) Iš kartono lapo, iškirpus kampus, padaryta dėžutė. Apskaičiuokite dėžutės tūrį.



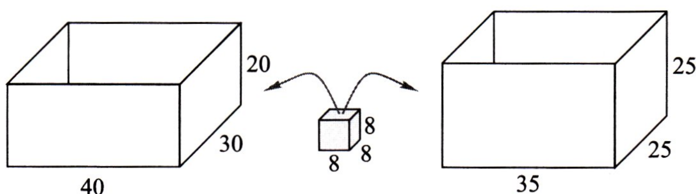


b) Kokio dydžio kampus reikia iškirpti iš brėžinyje pavaizduoto kartono lapo, kad dėžutės tūris būtų 3 000 kubinių vienetų.

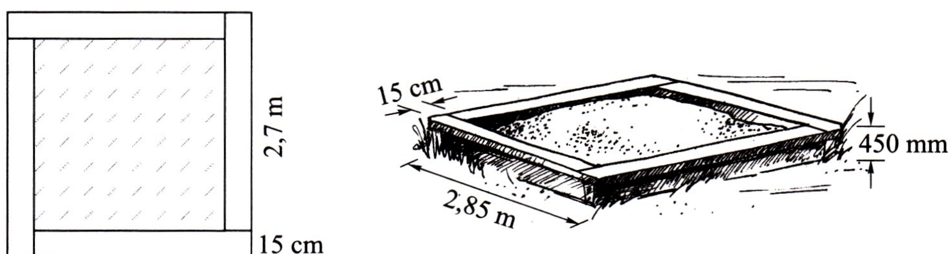
c) Ar galima iš pavaizduoto lapo sukonstruoti dėžutę, kurios visos sienos būtų kvadratai? Kiek procentų lapo liks nepanaudota?

d) Iš kokių matmenų lapo padaryta stačiakampio gretasienio formos dėžutė, jei jos matmenys yra 50 cm × 30 cm × 10 cm?

297. Į kurią dėžutę tilps daugiau kubų ir kiek daugiau, dedant juos eilėmis vieną prie kito?



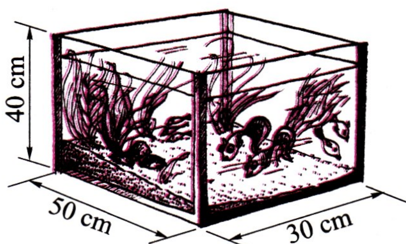
298. Kvadratinės smėlio aikštelės aptvaras padarytas iš sijų, kurių ilgis 2,7 m, plotis 15 cm, o aukštis 450 mm. Koks smėlio aikštelės plotas? Kiek kubinių metrų smėlio tilptų dėžėje?



299. Bakas yra stačiakampio gretasienio formos. Jo matmenys 12 dm, 10 dm ir 5 dm. 70% bako pripildyta vandens. Kiek litrų vandens yra bake?

300. Ekskavatoriaus kauše telpa 0,75 m^3 smėlio. Kiek vagonų pripildys toks ekskavatorius 50 kaušų, jei vagono keliamoji galia 40 t, o 1 m^3 smėlio sveria 1,5 t?

301. Gintarė nusipirko akvariumą. Ant dugno ji išpylė 2,4 litro smėlio. Kelis kartus jai reikės litriniu stiklainiu pilti vandenį į akvariumą, kad vanduo nuo viršutinio krašto būtų nutolęs 5 cm? (Žinoma, kad į smėlį vandens susigeria apie 50% smėlio užimamo tūrio.)



302. Mokinys sugalvojo skaičių ir jį:

a) padidino 11, gautą rezultatą sumažino 3 kartus, o iš dalmens atėmęs 12 gavo 24;

b) padidino 6 kartus, gautą skaičių sumažino 7, o rezultatą padidinęs 5 gavo 35;

c) sumažino 1, po to gautą rezultatą sumažino 2 kartus, o dalmenį padidinęs 4 gavo 13;

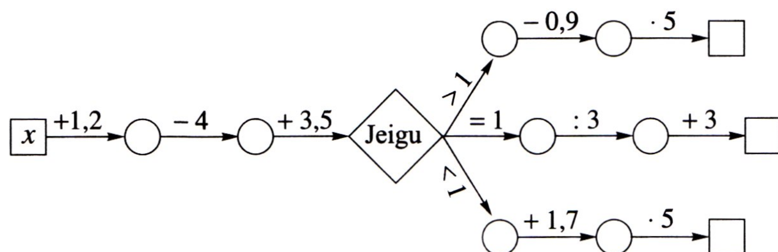
d) padidino 4, po to gautą rezultatą padaugino iš $\frac{1}{5}$ karto, o atėmęs 5 gavo 0.

Kokį skaičių sugalvojo mokinys?

303. 107 m vielos sveria 16 kg. Apskaičiuokite, kiek metrų vielos yra 1 tonoje.

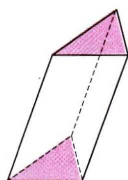
304. Atlikite nurodytus veiksmus, kai:

a) $x = 1{,}2$; b) $x = 0{,}3$; c) $x = 0$.

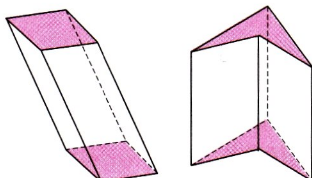


3 Prizmė. Stačioji prizmė

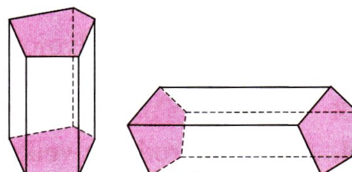
Brėžinyje pavaizduoti erdviniai kūnai, kurių dvi sienos, vadinamos pagrindais, yra lygūs daugiakampiai, o šoninės sienos – lygiagretainiai. Tų lygiagretainių viena kraštinė yra viename pagrinde, o priešinga – kitame. Tokius erdvinius kūnus vadiname *prizmėmis.*



Trikampė prizmė



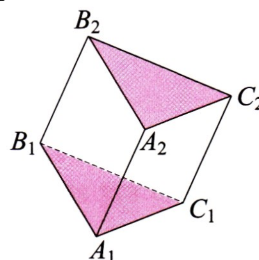
Keturkampės prizmės



Penkiakampės prizmės

? Nuo ko priklauso prizmės pavadinimas?

Prizmės pagrindų atitinkamas viršūnes patogu žymėti ta pačia raide su skirtingais indeksais.

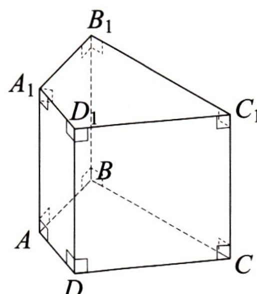


Trikampė prizmė $A_1B_1C_1A_2B_2C_2$.
Pagrindai: $\triangle A_1B_1C_1$ ir $\triangle A_2B_2C_2$ (lygūs trikampiai).
Šoninės sienos: $A_1B_1B_2A_2$, $B_1C_1C_2B_2$, $C_1A_1A_2C_2$ (lygiagretainiai).

Prizmės briaunos, jungiančios skirtingų pagrindų viršūnes, vadinamos šoninėmis briaunomis.

? Paaiškinkite, kodėl šoninės briaunos yra lygios, t. y. $A_1A_2 = B_1B_2 = C_1C_2$.

Prizmės, kurių šoninės sienos yra stačiakampiai, vadinamos stačiosiomis prizmėmis.



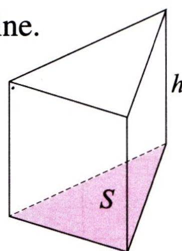
Stačioji prizmė $ABCDA_1B_1C_1D_1$.
Šoninės sienos: AA_1D_1D, AA_1B_1B, BB_1C_1C, CC_1D_1D (stačiakampiai).

? Ar kubas ir stačiakampis gretasienis yra stačiosios prizmės? Kodėl?

Stačiosios prizmės šoninė briauna vadinama jos aukštine.

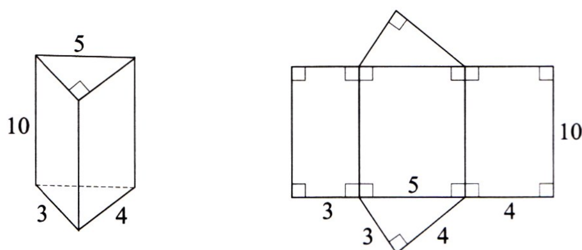
Stačiosios prizmės tūris lygus pagrindo ploto ir aukštinės sandaugai:

$$V = S \cdot h.$$



Pastaba. Prizmės pagrindo plotas dažnai žymimas S_{pagr}, viso paviršiaus plotas – S_{pav}, šoninio paviršiaus plotas – $S_{\text{šon}}$.

UŽDAVINYS. Brėžinyje pavaizduota stačioji trikampė prizmė ir jos išklotinė.



Apskaičiuokite prizmės paviršiaus plotą ir tūrį.

Sprendimas.
Iš brėžinio matome, kad stačiosios prizmės pagrindas – statusis trikampis, kurio kraštinės lygios 3 cm, 4 cm ir 5 cm, o prizmės aukštis – 10 cm.

1) Apskaičiuokime prizmės paviršiaus plotą:

$$S_{\text{pav}} = S_{\text{šon}} + 2S_{\text{pagr}},$$

$$S_{\text{šon}} = 3 \cdot 10 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 10 = 120\,(\text{cm}^2),$$

$$S_{\text{pagr}} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6\,(\text{cm}^2),$$

$$2S_{\text{pagr}} = 2 \cdot 6 = 12\,(\text{cm}^2),$$

$$S_{\text{pav}} = 120 + 12 = 132\,(\text{cm}^2).$$

2) Apskaičiuokime prizmės tūrį:

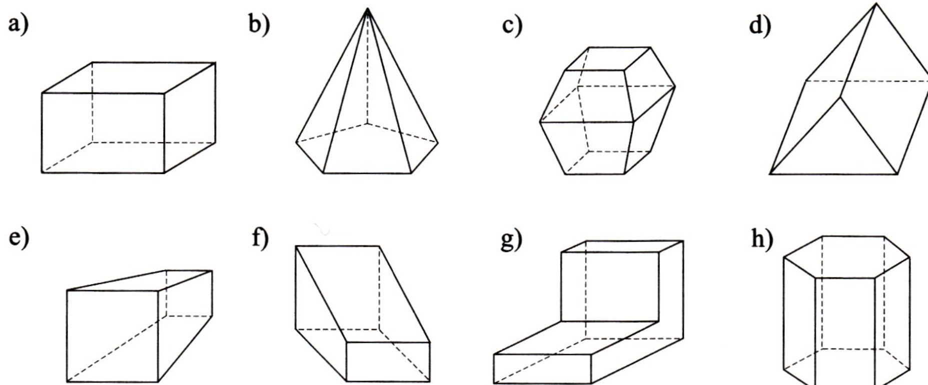
$$V = S_{\text{pagr}} \cdot h,$$

$$V = 6 \cdot 10 = 60\,(\text{cm}^3).$$

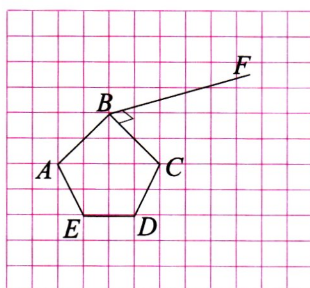
Atsakymas. 132 cm^2; 60 cm^3.

Pratimai ir uždaviniai

305. Pasakykite, kurie iš pavaizduotų erdvinių kūnų yra prizmės?

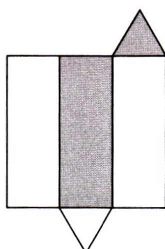


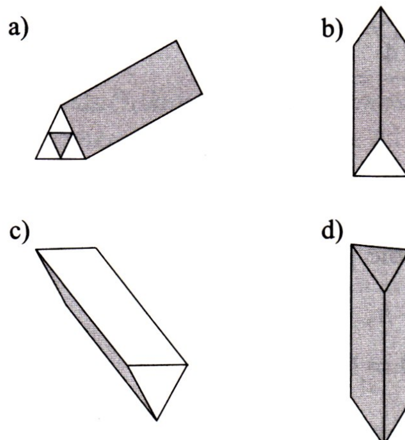
306. Pavaizduokite sąsiuvinyje penkiakampę stačiąją prizmę, pradėdami brėžti taip, kaip parodyta. Pažymėkite prizmės viršūnes raidėmis ir išvardykite:



a) sienų, viršūnių, briaunų skaičių;
b) lygias sienas;
c) sienas, turinčias bendrą viršūnę *B*;
d) kelias nesusikertančių briaunų poras.

307. Pasakykite, kuri prizmė – a), b), c) ar d) – išlankstyta iš pavaizduotos išklotinės.

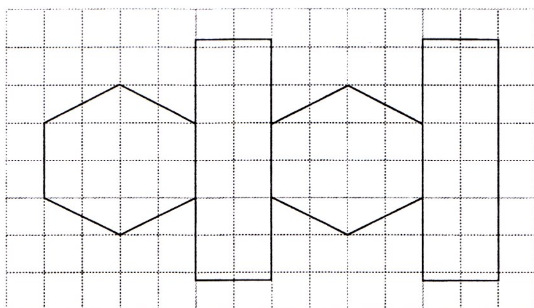




308. Prizmė turi 14 sienų. Kokia tai prizmė? Kiek ji turi viršūnių? Briaunų?

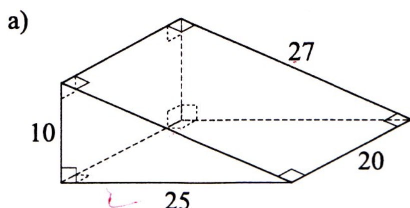
309. Prizmė turi 60 viršūnių. Kokia tai prizmė? Kiek ji turi sienų? Briaunų?

310. Kokią prizmę galima išlankstyti iš pavaizduotos išklotinės? Nubraižykite šią prizmę.

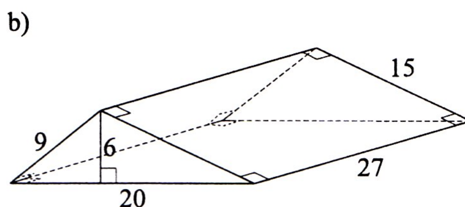


311. Apskaičiuokite prizmės paviršiaus plotą ir tūrį.

a)

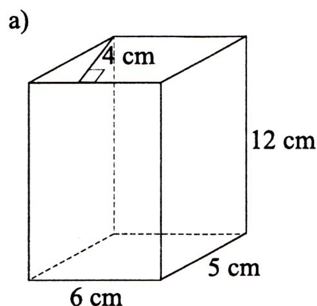


b)

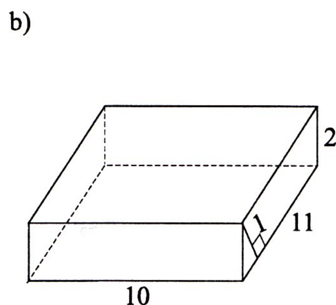


312. Stačiosios prizmės pagrindas – lygiagretainis. Apskaičiuokite jos paviršiaus plotą ir tūrį.

a)



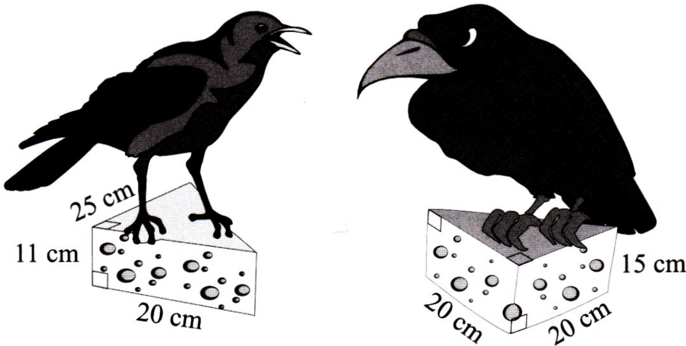
b)



313. a) Stačiosios prizmės tūris yra $25\,cm^3$. Raskite prizmės aukštinę, jeigu jos pagrindo plotas lygus $5\,cm^2$.

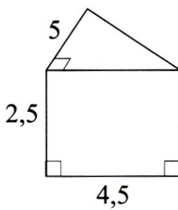
b) Stačiosios prizmės tūris yra $25\,cm^3$. Raskite prizmės pagrindo plotą, jeigu jos aukštinė lygi $10\,mm$.

314. Varna ir šarka nugvelbė iš virtuvės po trikampės stačiosios prizmės formos sūrio gabalą, kurių matmenys pavaizduoti brėžinyje. Varnai ar šarkai atiteko didesnis gardėsio kąsnelis?

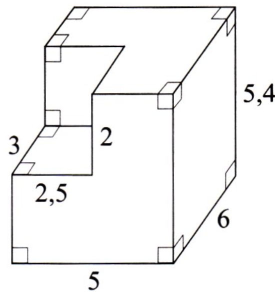


315. Apskaičiuokite pavaizduotų kūnų tūrius (matmenys nurodyti metrais):

a)



b)



Raskite kūno b) paviršiaus plotą.

316. Kas turėtų būti parašyta debesėlių vietoje?

a) $7{,}2\ \text{dm}^3 =$ ☁ cm^3

$0{,}5\ \text{m}^3 =$ ☁ dm^3

$6{,}37\ \text{dm}^3 =$ ☁ cm^3

$24{,}73\ \text{cm}^3 =$ ☁ mm^3

b) $37400\ \text{cm}^3 =$ ☁ dm^3

$2250\ \text{dm}^3 =$ ☁ m^3

$129{,}5\ \text{cm}^3 =$ ☁ dm^3

$39\ \text{mm}^3 =$ ☁ cm^3

c) $1\ \text{m}^3 =$ ☁ dm^3

6 ☁ $= 0{,}006\ \text{cm}^3$

$10\ \text{mm}^3 =$ ☁ cm^3

☁ $\ell = 4\ \text{dm}^3$

d) $1\ \text{m}^3\ 50\ \text{cm}^3 =$ ☁ m^3

$4\ \ell\ 30\ \text{m}\ell =$ ☁ ℓ

$1\ \text{dm}^3\ 1\ \text{cm}^3 =$ ☁ cm^3

10 ☁ 10 ☁ $= 10\,000\,000\,010\ \text{mm}^3$

317. a) 41,4 g ledo užima 46 cm^3. Raskite ledo gabalo tūrį, jei jo masė 18,9 g.
b) 14 dm^3 geležies masė 109,2 kg. Kokia masė geležies gabalo, kurio tūris 25 dm^3?

318. Išspręskite lygtis:

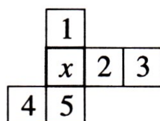
a) $12a + 20 = 32$ b) $95 - 5x = 80$
c) $112 + 6x = 124$ d) $16a - 22 = 138$

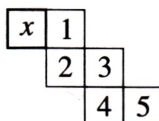
319. Stiklainio su uogiene masė 1 kg. Kiek gramų uogienės yra stiklainyje, jeigu tuščias stiklainis 4 kartus lengvesnis už uogienę, esančią jame?

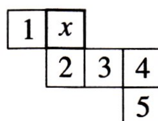
320. Atstumas tarp dviejų vietovių 100 mylių, o žemėlapyje atstumas tarp tų vietovių 2,5 cm. Raskite žemėlapio mastelį, jeigu 1 mylia apytiksliai lygi 1,6 km.

Pasitikrinkite

1. Brėžinyje pavaizduota kubo išklotinė. Kuri siena bus priešinga sienai x, kai iš pavaizduotos išklotinės išlankstysime kubą?

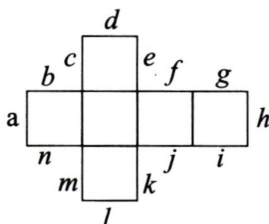
a)


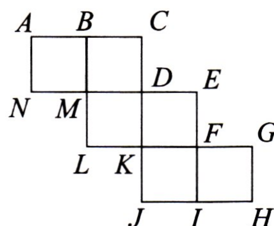
b)


c)


2. Brėžinyje pavaizduota kubo išklotinė. Kai iš išklotinės išlankstysime kubą:

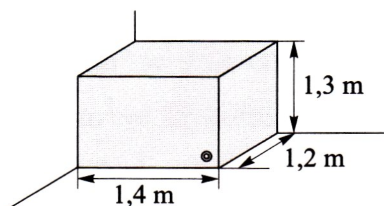
a) kurios briaunos sutaps? b) kurios viršūnės sutaps?





3. a) Apskaičiuokite rezervuaro tūrį litrais.

b) Kiek kilogramų dažų reikia trims rezervuaro išorinėms sienoms nudažyti, jei $1\,\text{m}^2$ reikia $0,2\,\text{kg}$ dažų?



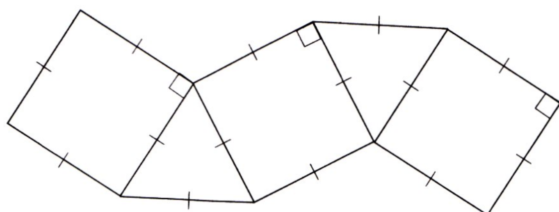
4. Apskaičiuokite stačiakampio gretasienio tūrį V ir viso paviršiaus plotą S, kai stačiakampio gretasienio matmenys yra:

a) 2 m, 4 m, 5,5 m; b) $1\frac{1}{2}$ dm, 0,4 dm, 2,4 dm; c) 14 dm, 0,2 dm, 3 m.

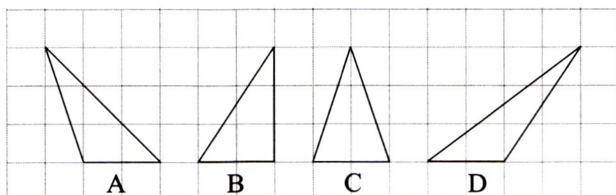
5. Stačiosios prizmės pagrindas – daugiakampis, turintis 9 kampus. Kiek ši prizmė turi viršūnių? sienų? briaunų?

6. Stačioji prizmė turi 30 briaunų. Kokia tai prizmė? Kiek ši prizmė turi viršūnių?

7. Kokią prizmę galima išlankstyti iš pavaizduotos išklotinės? Nubraižykite šią prizmę.

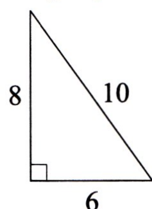


8. Brėžinyje pavaizduoti keturių stačiųjų trikampių prizmių pagrindai; visų prizmių aukščiai vienodi. Ką galite pasakyti apie šių prizmių tūrius?

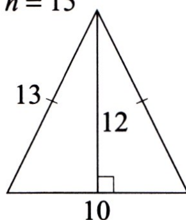


9. Apskaičiuokite stačiosios prizmės paviršiaus plotą ir tūrį, naudodamiesi brėžinyje nurodytais prizmės pagrindo duomenimis ir prizmės aukštine h.

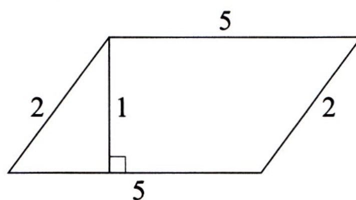
a) $h = 5$



b) $h = 15$



c) $h = 20$



10. Trupmeną $\frac{5}{9}$ išreikškite trupmena, kurios:

a) skaitiklis būtų 90; b) vardiklis būtų 45.

11. Parašykite:

a) mažiausią sveikąjį triženklį skaičių;

b) didžiausią sveikąjį dviženklį skaičių.

12. Vienu traktoriumi lauką galima suarti per 8 h, o kitu – per 12 h. Vienas traktorius dirbo 2 h, o kitas – 5 h.

a) Kurią lauko dalį suarė vienas traktorius?
b) Kurią lauko dalį suarė kitas traktorius?
c) Kurią lauko dalį suarė abu traktoriai?
d) Kuri lauko dalis liko nesuarta?
e) Koks nesuartos ir suartos lauko dalių santykis?

13. a) Jeigu $3x + 4 = 0$, tai $6x - 1 = \ldots$.
b) Jeigu $2x + \frac{1}{4} = 0$, tai $1 - 8x = \ldots$.

14. Trijų iš eilės einančių natūraliųjų skaičių suma lygi 108. Raskite tuos skaičius.

15. Sąsiuvinis kainuoja x ct, o tušinukas – 10 ct brangiau. Kiek centų kainuoja:

a) penkių sąsiuvinių ir dviejų tušinukų pirkinys?
b) dviejų sąsiuvinių ir penkių tušinukų pirkinys?

16. Apskaičiuokite reiškinio $\frac{1}{x} - x$ reikšmę, kai:

a) $x = 3$; b) $x + 1 = -1$.

17. Nubrėžkite apskritimą, kurio ilgio 25% sudaro π cm.

18. Vienas metras audinio kainavo 15 Lt. Sumažinus kainą, vienas metras dabar kainuoja 12 Lt. Keliais procentais sumažėjo audinio vieno metro kaina?

12 DUOMENŲ RINKIMAS IR TVARKYMAS



1 Duomenų registravimas

Septintokai laimėjo „Šauniausios klasės“ konkursą, ir jų klasė buvo apdovanota ekskursija po Lietuvą. Vaikai susiginčijo, kur jiems vykti: į Kuršių neriją (K), Aukštaitijos nacionalinį parką (A) ar į Rumšiškių etnografinį muziejų (R). Klasėje buvo surengta apklausa, kurios metu kiekvienas mokinys nurodė, kur norėtų važiuoti.
Apklausos duomenys atrodė taip:

1. Diana – K
2. Rimantė – A
3. Dainius – R
4. Laima – R
5. Vilius – K
6. Lina – A
7. Sigita – A
8. Mindaugas – K
9. Algirdas – R
10. Gediminas – K
11. Darius – K
12. Agnė – A
13. Marija – R
14. Ieva – A
15. Valda – K
16. Dainė – K
17. Saulius – R
18. Audrius – R
19. Povilas – K
20. Inga – R

Mokytoja pasiūlė šiuos duomenis registruoti taip (/ – 1 balsas, ..., ~~////~~ – 5 balsai):

Ekskursija	Balsų registracija	Balsų skaičius
K	~~////~~ ///	8
A	~~////~~	5
R	~~////~~ //	7

Balsų dauguma buvo nuspręsta važiuoti į Kuršių neriją.

Atlikite apklausą, kurį Lietuvos miestą norėtų aplankyti jūsų klasė.
? Kaip manote, ar panašūs būtų kitos klasės apklausos rezultatai?
Kam reikalingos apklausos?

Pratimai ir uždaviniai

321. Gimnazijos mokiniai rinko savo prezidentą, užrašydami vieno iš 5 kandidatų, už kurį balsuoja, pavardę. Rezultatai buvo užrašyti lentelėje (*X* žymi 10 mokinių, 𝍸 – 5 mokinius, / – 1 mokinį):

Nr.	Kandidato pavardė	Balsų registracija
1	Apvalytė	X X X X X X ///
2	Kvadrataitis	X X X X X X 𝍸 ///
3	Rombinis	X X X X X X X
4	Rutulinis	X X X X X 𝍸 /
5	Trikampytė	X X X X //

a) Kiek mokinių dalyvavo balsavime?
b) Kiek mokinių balsavo už kiekvieną kandidatą?
c) Kuris mokinys išrinktas prezidentu?

322. Jonas, Vilma, Gintarė ir Rimas susiginčijo, kuri automobilio spalva dažniausia. Jie 30 minučių stebėjo važiuojančius automobilius ir rezultatus rašė lentelėje.

Automobilio spalva	Registracija
Balta	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ///
Raudona	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 /
Juoda	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ///
Mėlyna	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ///
Kitos spalvos	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ///

Vaikai padarė tokias išvadas:
Jonas – dažniausi kitų spalvų automobiliai.
Vilma – rečiausi juodi ir mėlyni automobiliai.
Gintarė – dažniausiai pasitaiko raudonos ir baltos spalvų automobiliai.
Rimas – balta, raudona, juoda ir mėlyna yra populiariausios automobilių spalvos.
Kaip manote, ar vaikų išvados atitinka realią situaciją?

323. Nusibraižykite lentelę. Pirmame stulpelyje užrašykite visas balses. Pasirinkite bet kokios knygos bet kurio puslapio 10 eilučių ir registruokite balses antrame lentelės stulpelyje.
a) Kurios balsės pasitaikė dažniausiai?
b) Palyginkite, ar kitų klasės draugų rezultatai panašūs jūsų gautiems.

324. Pasirinkite vieną iš žemiau nurodytų temų ir atlikite apklausą.

- Ką labiausiai mėgsta veikti jūsų klasės draugai laisvalaikiu (sportuoti, žiūrėti TV, nieko neveikti, skaityti ir pan.)?
- Kuri muzikos grupė labiausiai patinka klasės draugams?
- Kokiu būdu (pėstute, visuomeniniu transportu, kitaip) klasės draugai atvyksta į mokyklą?
- Kiek laiko vakar jūsų klasės mokiniai ruošė pamokas (neruošė, iki valandos, iki dviejų valandų, daugiau)?

Duomenis registruokite lentelėje. Padarykite išvadas.

325. 100 kilometrų nuvažiuoti lengvasis automobilis vidutiniškai sunaudoja 8 litrus benzino, o sunkvežimis – 20 litrų. Pasinaudoję lentelės duomenimis, apskaičiuokite, kiek ir kokių nuodingųjų medžiagų išskiria lengvasis automobilis ir kiek sunkvežimis, nuvažiavę 100 kilometrų (1 ℓ benzino $\approx$ 0,7 kg).

Nuodingųjų medžiagų kiekis (g), išsiskiriantis sunaudojus 1 kg benzino	
Anglies monoksidas (smalkės)	465,6
Angliavandeniai	23,3
Azoto oksidai	15,8
Sieros rūgšties anhidridas	1,9
Aldehidai	0,9
Suodžiai	1,0
Švinas	0,5

326. Žmogus per parą turėtų suvartoti apie 2 kg vandens. Apie 1,2 kg vandens jis gauna su maistu, kitą kiekį – gerdamas skysčius. Išnagrinėkite lentelę ir atsakykite į klausimus.

Maisto produktas	Pienas	Daržovės	Duona	Mėsa
Maisto paros norma (gramais)	400	500	300	200
Vandens kiekis jame (procentais)	90	80	40	70

a) Kiek vandens gauna žmogus per parą su pienu, daržovėmis, duona, mėsa?

b) Nubraižykite stulpelinę diagramą. Vienoje ašyje atidėkite lentelėje esančius maisto produktus, kitoje – vandens kiekį, esantį 100 gramų kiekvieno produkto.

327. Išnagrinėkite lentelę, kurioje triukšmas išreikštas decibelais.

Triukšmo ribos decibelais		
	200	Atominės bombos sprogimas
Mirtina riba	180	
	170	Viršgarsinis lėktuvas
	130	Sirena
Skausmo riba	120	
	110	Triukšminga muzika
	100	Motociklas, sunkvežimis
	90	Lenktyninė mašina
Pavojinga riba	80	
	70	Gatvės triukšmas
	60	Normalus pokalbis
	50	Rami gatvė
	40	Ramus kambarys
	30	Laikrodžio tiksėjimas
	20	Šnabždesys
	10	Lapų šnarėjimas vėjyje

a) Aptarkite, kokia galėtų būti didžiausia leistina triukšmo norma gatvėje.
b) Kodėl arčiau gatvės esantys butai turi mažesnę paklausą? Kokią matote išeitį?

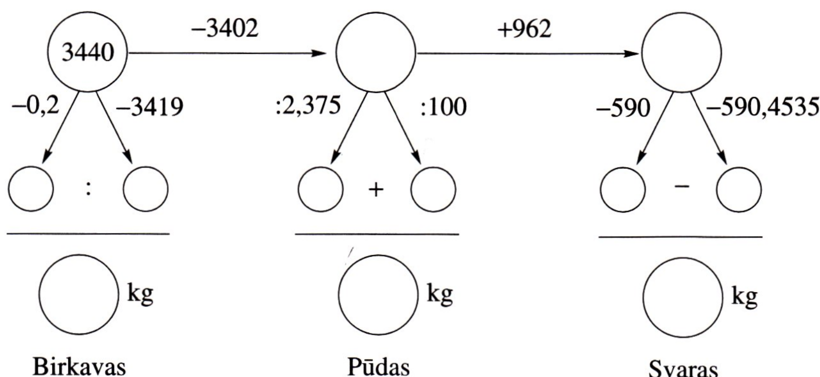
328. Lietuvoje yra apie 430 rūšių grybų, iš kurių 250 rūšių yra valgomi, 30 – nuodingi, o kiti – nevalgomi. Šviežiuose grybuose yra apie 90%, džiovintuose – apie 12% vandens.
a) Kurią grybų rūšių dalį sudaro nuodingi grybai?
b) Kiek svers džiovinti baravykai, jei švieži sveria 1,5 kilogramo?
c) Kiek kilogramų baravykų buvo prieš džiovinimą, jei džiovintų grybų svoris 1,5 kg?

329. a) Sudarykite valgiaraštį, kiek ir kokių produktų galite suvalgyti pietums, norėdami gauti 350 kalorijų. (Maisto produktų kaloringumas pateiktas lentelėje.)

100 g produkto	Švieži baravykai	Džiovinti baravykai	Duona	Grietinė	Jautiena	Kopūstai, pomidorai	Žuvis
Kalorijų skaičius	52	224	220	1250	105	18	100

b) Koks kaloringumas 100 gramų patiekalo, kuriame džiovinti baravykai sudaro 10%, grietinė – 10%, jautiena – 80%.
c) Koks kaloringumas 250 gramų patiekalo, kuriame yra 100 g jautienos, 50 g duonos, 50 g žuvies ir 50 g grietinės.

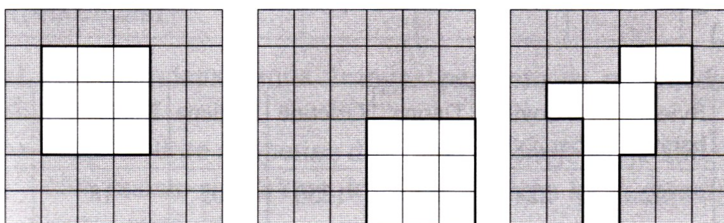
330. Iš 6-os klasės prisimenate, kad senovėje masės vienetai buvo birkavas, pūdas, svaras. Atlikę nurodytus veiksmus sužinosite, kiek kilogramų atitinka senoviniai vienetai.



a) Kas daugiau: 5% pūdo ar 200% svaro?
b) Kas daugiau: 20% birkavo ar 50% pūdo?
c) Kiek procentų birkavas sudaro pūdo?
d) Kiek procentų birkavo sudaro pūdas?
e) Kurią pūdo dalį sudaro svaras?
f) Kurią svaro dalį sudaro birkavas?

331. Dvi kvadrato viršūnės yra taškuose $N(1; -1)$ ir $M(-1; 1)$.
Kiek kvadratų su tokiomis viršūnėmis galime nubraižyti?
Užrašykite kitų kvadrato viršūnių koordinates. Apskaičiuokite kiekvieno kvadrato plotą.

332. Ar lygūs nuspalvintų dalių plotai? Nupieškite dar tris figūras, lygiaplotes duotosioms.



333. Septintokai, apsilankę Aplinkos užterštumo tyrimo stotyje Preiloje (Kuršių nerija), sužinojo, kad daugiau kaip 70% vietinių teršalų sudaro autotransporto teršalai. Kuo arčiau gatvės, tuo užterštumas didesnis, be to, jis labai priklauso nuo meteorologinių sąlygų, gatvių tipo. Užterštumas daugiausia priklauso nuo mašinų eismo intensyvumo. Septintokai taip pat sužinojo, kad anglies monoksidas (smalkės) reaguoja su žmogaus kraujyje esančiu hemoglobinu, todėl nuolatinis nuodijimasis smalkėmis kenkia širdies ir kraujagyslių sistemai. Didžiausias leistinas anglies monoksido kiekis gatvėje yra 5 mg viename kubiniame metre.

Grįžę mokiniai nusprendė ištirti, kiek jų gyvenamąją aplinką teršia automobilių išmetamos dujos. Jie atliko tokį tiriamąjį darbą.

- 10 minučių skaičiavo mašinas, pravažiuojančias tiriama gatve į abi puses. Po to apskaičiavo, kiek jų apytikriai pravažiuoja per valandą.
- Norėdami apskaičiuoti tiriamos gatvės užterštumą anglies monoksidu, jie pasitelkė skaičiuoklius ir panaudoję formulę anglies monoksido kiekiui apskaičiuoti: $f = 0{,}123 + 2{,}72x + 0{,}0671x^2$ (mg/m^3), čia f – anglies monoksido kiekis, $x =$ automobilių skaičius per valandą/100.

Ištirkite aprašytu būdu savo gatvės užterštumą anglies monoksidu. Kuo naudingi panašūs tyrimai?



2 Dažnių lentelė. Vidurkis

Kęstutis ir Andrius sumanė išsiaiškinti, kurio matematikos pažymiai geresni. Pasirodė, kad kiekvienas berniukas gavo po 30 pažymių:

Kęstutis: 6, 8, 7, 2, 6, 9, 8, 7, 5, 9, 10, 4, 7, 7, 9, 2, 3, 6, 8, 8, 9, 10, 7, 7, 6, 9, 9, 8, 7, 7;
Andrius: 7, 8, 7, 7, 6, 6, 7, 8, 9, 6, 6, 7, 7, 5, 9, 5, 5, 6, 8, 8, 8, 9, 9, 7, 6, 6, 7, 8, 7, 6.

Norėdami turėti aiškesnį vaizdą, jie pažymius surašė didėjimo tvarka:

Kęstutis: 2, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 10, 10;
Andrius: 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9.

Taip išdėstyta seka vadinama *variacine eilute*. Jos kiekvienas narys, pradedant antru, yra ne mažesnis už prieš jį esantį. Kiekvieno variacinės eilutės nario pasikartojimų skaičius vadinamas to nario *dažniu*.
Variacinę eilutę glausčiau galima užrašyti *dažnių lentele*. Pirmoje dažnių lentelės eilutėje surašomi visi skirtingi variacinės eilutės skaičiai, o antroje eilutėje – jų dažniai.
Berniukai gavo tokias dažnių lenteles.

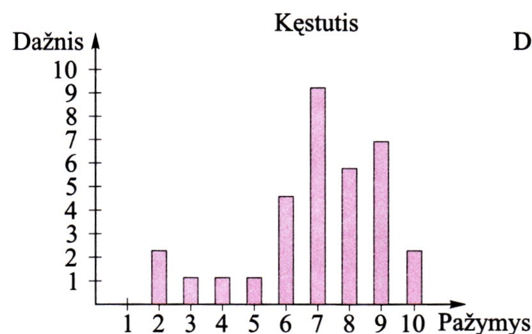
Kęstutis

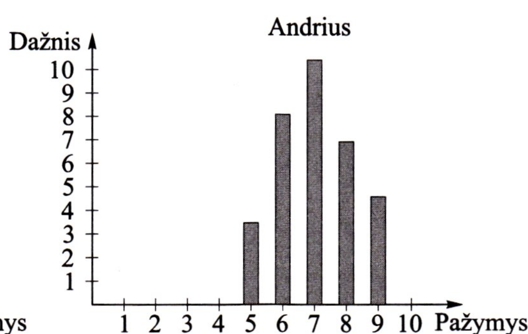
Pažymys	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Dažnis	2	1	1	1	4	8	5	6	2

Andrius

Pažymys	5	6	7	8	9
Dažnis	3	8	9	6	4

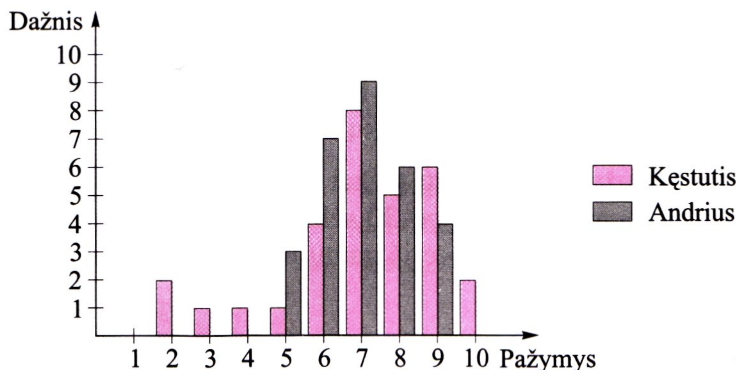
Lentelių duomenis patogu vaizduoti diagramomis.





Dar vaizdžiau galima palyginti duomenis, surašius juos į vieną lentelę ir nupiešus vieną diagramą.

Pažymiai	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Dažnis (Kęstučio)	2	1	1	1	4	8	5	6	2
Dažnis (Andriaus)	0	0	0	3	8	9	6	4	0



Matome, kad Kęstučio pažymiai įvairesni. Abu mokiniai dažniausiai gaudavo septynetą, bet Andrius tą pažymį gaudavo dažniau už Kęstutį.

Berniukai taip pat apskaičiavo savo pažymių aritmetinius vidurkius.

Andrius:

$(7+8+7+7+6+6+7+8+9+6+6+7+7+5+9+5+5+6+8+$
$+8+8+9+9+7+6+6+7+8+7+6) : 30 = 7.$

Kęstutis:

$(2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 8 + 8 \cdot 5 + 9 \cdot 6 + 10 \cdot 2) : 30 = 7.$

? Kuris vidurkio skaičiavimo būdas racionalesnis?

? Kaip manote, ar galima būtų teigti, kad Kęstutis gabesnis, bet jam trūksta valios, o Andrius ne toks gabus, bet darbštesnis mokinys.

Užduotis.

1) Surašykite savo visų metų matematikos pažymius.
2) Sudarykite variacinę eilutę, dažnių lentelę ir nubraižykite diagramą.
3) Apskaičiuokite visų pažymių aritmetinį vidurkį.

Pratimai ir uždaviniai

334. Šokių kolektyvui reikėjo pasiūti šventinę aprangą. Šokėjai pateikė drabužių dydžius.
Merginų drabužių dydžiai: 42, 44, 44, 42, 38, 40, 40, 42, 38, 38.
Vaikinų drabužių dydžiai: 48, 48, 46, 46, 48, 50, 48, 48, 50, 48.
Sudarykite duomenų variacines eilutes ir dažnių lenteles.

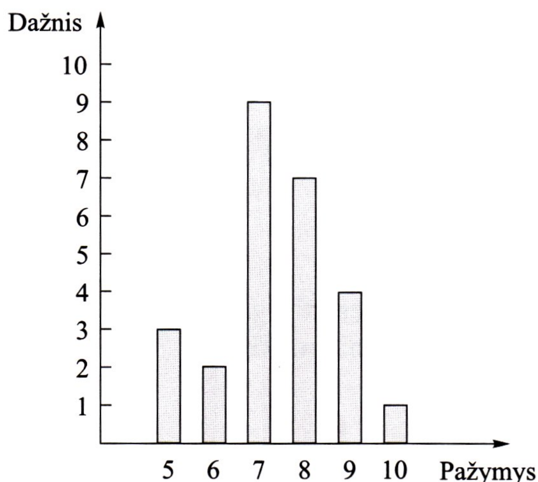
335. Šaudydami iš lanko į taikinį, sportininkai pasiekė tokius rezultatus:
Aurimas – 4, 6, 8, 8, 9, 7, 7, 7, 3, 9.
Linas – 8, 6, 6, 4, 10, 5, 5, 4, 9, 10.
Sudarykite duomenų variacines eilutes ir dažnių lenteles.
Kuris sportininkas surinko daugiau taškų?

336. Biologijos būrelio užsiėmimų metu vaikai tikrino žirnių daigumą. Kiekvienas iš 25 būrelio narių pasėjo po 30 sėklų ir po kurio laiko patikrino, kiek sėklų sudygo. Būrelio vadovė iš gautų duomenų sudarė dažnių lentelę.

Sudygusių sėklų skaičius	20	23	24	26	27	28	29	30
Dažnis	1	2	1	3	5	7	4	2

Pavaizduokite šios lentelės duomenis diagrama. Kiek procentų žirnių sudygo?

337. Diagramoje pavaizduoti 26 moksleivių kontrolinio darbo rezultatai.



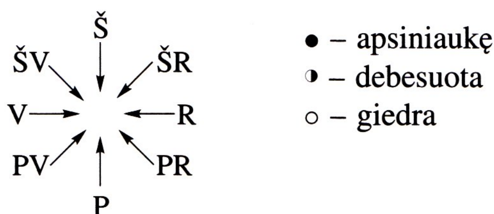
Kurį pažymį gavo daugiausia mokinių? Koks kontrolinio darbo pažymių aritmetinis vidurkis?

338. Nubraižykite diagramą, vaizduojančią jūsų klasės II trimestro matematikos rezultatus. Kuris pažymys dažniausias? Apskaičiuokite aritmetinį vidurkį.

339. Mokiniai visą mėnesį stebėjo orus ir duomenis užrašė lentelėje.

Diena	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Temperatūra	12	13	13	14	6	7	9	12	9	11	12	14	14	10	3	2	1	1	4	10	11	8	9	6	6	7	8	6	5	7
Vėjo kryptis	↗	↗	↙	↙	↙	←	←	↗	↖	↑	↑	↗	↗	↗	↙	↙	↙	↗	↗	→	→	→	→	↗	↑	↘	↘	→	↗	↗
Vėjo stiprumas	1	4	1	4	3	1	1	2	2	3	4	3	2	1	1	1	2	3	2	5	2	2	6	2	1	1	2	1	1	1
Debesuotumas	●	●	●	●	○	●	●	◑	●	●	●	●	●	●	◑	○	○	◑	○	●	◑	●	○	○	◑	○	○	○	○	○

Lentelėje naudojami tokie sutartiniai ženklai:



a) Užrašykite temperatūros, debesuotumo, vėjo krypties ir vėjo stiprumo duomenis dažnių lentelėmis.
b) Pavaizduokite vėjo krypties duomenis skrituline diagrama.
c) Pavaizduokite vėjo stiprumo duomenis stulpeline diagrama.
d) Kuri vėjo kryptis buvo vyraujanti? Iš kur vėjas pūtė rečiausiai?
e) Koks stebėto mėnesio vėjo stiprumo vidurkis?
f) Kokia mėnesio vidutinė oro temperatūra?

340. Rimo istorijos pažymiai yra 7, 9 ir 5, o Giedrės – 6, 8, 6, 7 ir 8. Signaliniame trimestre mokytoja abiem išvedė po 7. Iki trimestro pabaigos abu mokiniai gavo po devynetą. Rimui mokytoja trimestre išvedė 8, o Giedrei – 7. Kodėl?

341. Dvidešimties moksleivių kontrolinio darbo pažymių vidurkis yra 8. Jei keturi moksleiviai gavo 10, tai koks likusių 16 mokinių gautų pažymių vidurkis?

342. a) Goda gavo du pažymius, o Julė – tris. Kiekvienos mergaitės pažymių vidurkis lygus 8. Kokius pažymius galėjo gauti kiekviena mergaitė? (Surašykite visus galimus atvejus.)
b) Juliaus matematikos pažymiai yra 6, 8 ir 7. Kiek mažiausiai pažymių dar turi gauti Julius, kad vidurkis būtų lygus 8. Kokie tai turi būti pažymiai?

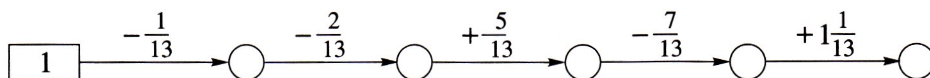
343. Seniūnija tyrė, kokiu transportu gyventojai važiuoja į darbą. Apklausos rezultatai parodyti lentelėje.

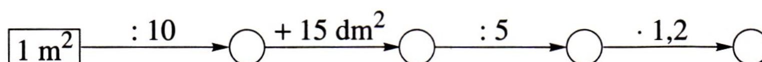
Nr.	Transportas	Registracija	Dažnis
1.	Automobiliu	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ///	
2.	Autobusu	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ //	
3.	Troleibusu	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~	
4.	Taksi	~~////~~ ///	
5.	Dviračiu	//	

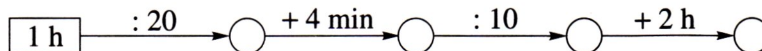
Raskite dažnius ir nubraižykite skritulinę diagramą.

344. Pirmą dieną mama išleido $\frac{1}{3}$ savo turėtų pinigų, o antrą dieną $\frac{1}{2}$ likučio. Tėtis pirmą dieną išleido $\frac{1}{2}$ savo turėtų pinigų, o antrą dieną $\frac{1}{3}$ likučio. Tada abiem liko po 200 Lt. Kuris turėjo daugiau pinigų pradžioje?

345. Kokie skaičiai turėtų būti įrašyti į rutuliukus?

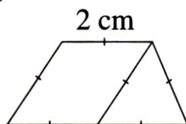






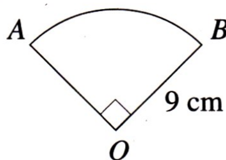
346. Kaip draugui perduotumėte telefonu uždavinių sąlygas?

a)



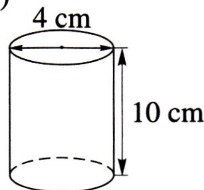
$P = ?$

b)



$\smile AB = ?$

c)



$S_{pav} = ?$

347. Mokinys išsprendė 30 uždavinių. Už kiekvieną teisingai išspręstą uždavinį jam pridedami 6 taškai, o už neteisingai išspręstą – atimami 4 taškai. Kiek uždavinių mokinys išsprendė teisingai, jei suskaičiavus taškus, paaiškėjo, kad jo surinktų taškų suma lygi 0?

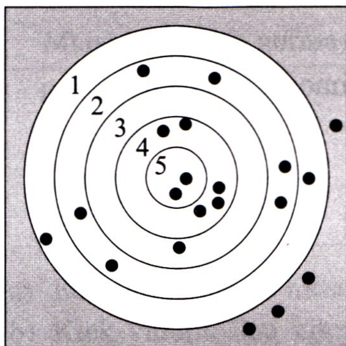
Pasitikrinkite

1. Klasėje vaikai rinko seniūną, balsuodami už vieną iš 5 kandidatų. Rezultatai buvo užrašyti lentelėje (𝍸 – 5 mokiniai, / – 1 mokinys):

Nr.	Mokinio pavardė	Balsų registracija
1.	Uždavinytė	𝍸 //
2.	Ilginis	𝍸 ///
3.	Gerulis	𝍸
4.	Taškinis	//
5.	Skaičiūtė	////

a) Kiek mokinių dalyvavo rinkimuose?
b) Kuris mokinys išrinktas seniūnu?

2. Šaudymo varžybose įskaitoma tiek taškų, kiek parašyta žiede, į kurį pataikyta. Gedimino taikinys po šaudymo pavaizduotas paveiksle. Į kiekvieną vietą jis pataikė po vieną kartą. Jei pataikyta į pilką plotą, įskaitoma 0 taškų.

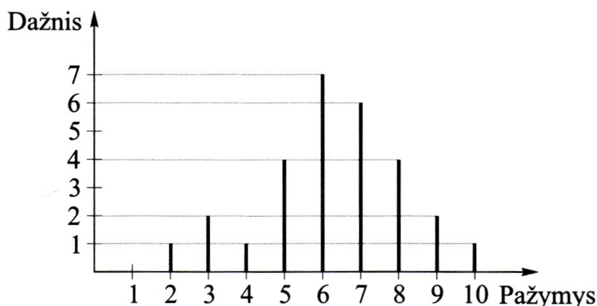


a) Sudarykite dažnių lentelę.
b) Pavaizduokite duomenis diagrama.
c) Kiek taškų dažniausiai (rečiausiai) pelnydavo Gediminas?

3. Meskite monetą 20 kartų iš eilės ir žymėkitės, kuo atvirto moneta: skaičiumi ar herbu.
a) Sudarykite dažnių lentelę.
b) Pavaizduokite duomenis diagrama.
c) Pakartokite bendymą dar kartą. Gautas dažnių lenteles ir diagramas palyginkite.

4. Surašykite atskirai rugsėjo, lapkričio ir vasario mėnesių visų dalykų savo pažymius.
   a) Sudarykite kiekvieno mėnesio gautų pažymių dažnių lenteles.
   b) Nupieškite diagramas.
   c) Kurį mėnesį gauta daugiausia pažymių?
   d) Koks kiekvieno mėnesio gautų pažymių vidurkis?

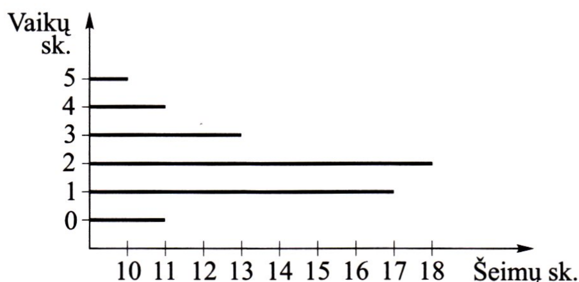
5. Kontrolinio darbo rezultatai pavaizduoti diagrama.



   a) Keli mokiniai rašė kontrolinį darbą?
   b) Koks gautų pažymių vidurkis?

6. Parašykite, kiek daliklių turi kiekvienas iš skaičių nuo 1 iki 20.
   a) Užrašykite duomenis variacine eilute, dažnių lentele.
   b) Pavaizduokite duomenis diagrama.

7. Diagrama rodo, kiek vaikų yra tirtose šeimose.



   a) Kelios šeimos buvo ištirtos?
   b) Kiek vidutiniškai vaikų yra tirtose šeimose?

8. Trijų skirtingų natūraliųjų skaičių aritmetinis vidurkis lygus 3. Kokie tai galėjo būti skaičiai? (Nurodykite visus galimus atvejus.)

9. Dviejų natūraliųjų skaičių aritmetinis vidurkis lygus 2, o kitų trijų natūraliųjų skaičių vidurkis lygus 3. Koks visų penkių skaičių aritmetinis vidurkis?

10. Dainius į taupyklę mėtė 10 ct, 20 ct ir 50 ct monetas. Po mėnesio paaiškėjo, kad jis turi 8 litus. Vienodas 20 ct ir 50 ct monetas jis sudėjo taip, kaip parodyta paveiksle.



a) Kiek 10 ct monetų turi Dainius?
b) Keliais skirtingais būdais Dainius gali išsikeisti 8 litus banknotais?

11. Ką įrašytumėte daugtaškio vietoje?

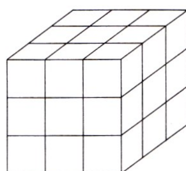
a) 4 ir 6 . . . lygi 10;
b) 4 ir 6 . . . lygus 5;
c) 4 ir 6 . . . lygi 24;
d) 4; 6 ir . . . vidurkis lygus 7.

12. Lentelėje pateiktas pavyzdinis sunkiųjų veislių šuniukų maitinimo dienos racionas.

	Amžius mėnesiais			
Maistas (dienos norma)	1–2	3–4	5–6	7–12
Pienas (ℓ)	1,0	1,0	0,5	nebūtina
Mėsa (g)	200	300	400	450
Kruopos (g)	100	200	300	400
Daržovės (g)	150	200	300	400

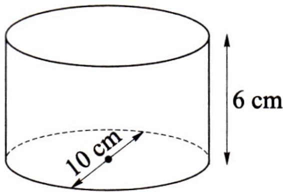
a) Kiek vidutiniškai mėsos suėda šuniukas per metus?
b) Kiek vidutiniškai kilogramų maisto suėda šuniukas pirmą gyvenimo mėnesį?
c) Pasidomėkite išvardytų produktų kainomis. Suskaičiuokite, kiek kainuotų maistas šuniukui išlaikyti pirmaisiais jo gyvenimo metais.

13. Kubas supjaustytas į kubelius, kaip parodyta brėžinyje.



a) Kiek yra mažų kubelių?
b) Kiek kartų mažojo kubelio paviršius mažesnis už didžiojo kubo?

14. Kiek daugiausiai dėžučių (dėžutės matmenys pavaizduoti brėžinyje) tilps dedant jas horizontaliai į stačiakampio gretasienio formos dėžę, kurios aukštis 8 cm, o dugno matmenys 60 cm × 20 cm?

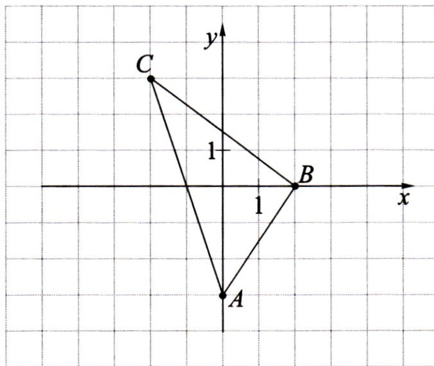


15. Kurie iš skaičių 12; 15; 27; 76; 105; 120; 450 dalijasi iš:

a) 2; b) 3; c) 5; d) 6; e) 9?

16. Kuri iš trupmenų $-\frac{2}{3}$; $-\frac{3}{4}$; $-\frac{4}{5}$; $-\frac{5}{6}$ yra didžiausia? mažiausia? Raskite mažiausios ir didžiausios trupmenų skirtumą.

17. Parašykite pavaizduoto trikampio ABC viršūnių koordinates. Kam lygus trikampio plotas?



18. Raskite proporcijos nežinomą narį:

a) $2\frac{1}{3} : 3\frac{1}{2} = x : \frac{1}{2}$; b) $\dfrac{-\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}} = \dfrac{\frac{1}{6}}{x}$.

19. Trijų skaičių, kurių du yra lygūs po 7, aritmetinis vidurkis yra lygus -7. Raskite trečią skaičių.

20. Suprastinkite reiškinį $\frac{1}{3}x - x + 0{,}3x$. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę, kai $x = 15$.

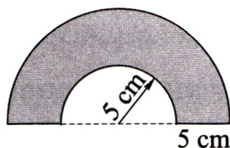
21. Pirmuoju vamzdžiu baseiną galima pripildyti per 3 h, o dviem vamzdžiais kartu – per 2 h. Per kiek laiko galima pripildyti baseiną antruoju vamzdžiu?

22. Žemės sklypas plane pavaizduotas stačiakampiu, kurio kraštinių ilgiai 3 cm ir 4 cm. Mastelis 1 : 100 000.

a) Koks žemės sklypo ilgis ir plotis?

b) Koks šio sklypo plotas (hektarais)?

23. Pagal brėžinio duomenis raskite nuspalvintos figūros perimetrą ir plotą.



24. Traukinys nuvažiavo 78 km. Tai sudaro 65% viso kelio. Kiek kilometrų turi nuvažiuoti traukinys?

Matematinė ekskursija po Klaipėdą

• Klaipėda – trečias pagal gyventojų skaičių Lietuvos miestas. Jau pirmaisiais mūsų eros amžiais ši vietovė buvo gausiai apgyventa lietuvių protėvių – baltų. 1252 m. Livonijos ordinas nusiaubė Klaipėdą, šioje vietoje pastatydino pilį ir pavadino Memelburgu, bet šio krašto tikrųjų šeimininkų – lietuvininkų – lūpose šimtmečiais išsilaikė tikrasis miesto vardas.
Klaipėdos pavadinimo kilmė nėra aiški. Kalbininkas K. Būga Klaipėdos vardą kildino iš kuršių žodžių derinio: „klaips“ – duona, duonos kepalėlis ir „ėda“ – valgo.



• Iki XVI a. Klaipėdos (Memelio) miestelis gyventojų skaičiumi prilygo nedideliam kaimui, jame buvo apie 100 gyventojų. Nuo XVI a. gyventojų augimo kreivė, nors ir iš lėto, bet kilo. Jau XVII a. pabaigoje gyveno apie 1000, 1722 m. – 3400, 1790 m. – 6300 žmonių. Į XIX a. Klaipėda įžengė turėdama apie 7000 gyventojų, 1825 m. jau gyveno apie 8500, 1856 m. – 17 200, 1875 m. – 20 000 žmonių.

1. *Apskaičiuokite, keliais procentais padaugėjo gyventojų per XVIII a.*

2. *Apskaičiuokite, kiek procentų sudarė Klaipėdos gyventojai XIX a. pabaigoje, lyginant su XVII a. pabaiga.*

• Šio amžiaus pradžioje gyventojų skaičius gerokai šoktelėjo: 1925 m. buvo apie 35 840, 1934 m. – 44 000, 1939 m. – daugiau kaip 50 000 žmonių. Nuo XVIII a. vidurio iki 1939 m. aneksijos Klaipėdos gyventojų daugumą sudarė vokiečiai. Vėliau gyventojų vis mažėjo: dalis jų pabėgo į rytus, dalį išvežė į Vokietiją, vyrus pašaukė į karo tarnybą. Po karo išvaduotoje Klaipėdoje 1945 m. sausio 29 d. buvo užregistruoti tik 8 miesto gyventojai (kitais duomenimis – 20), bet jau metų gale buvo 3,6 tūkst., 1959 m. – 89,9 tūkst., 1970 m. – 140,7 tūkst., 1980 m. – 177,8 tūkst., 1985 m. – 194,5 tūkst., 1989 m. – 204,3 tūkst., 1998 m. – 202,3 tūkst. gyventojų.

3. *Nubraižykite Klaipėdos miesto 1945–1998 metų gyventojų skaičiaus augimo stulpelinę diagramą. Jei kasmet padaugėtų po 2,5 tūkst. gyventojų, tai kiek gyventojų Klaipėdoje būtų XXI amžiaus pradžioje?*

• Ekskursiją po Klaipėdą pradėsime nuo Liepų gatvėje 16 numeriu pažymėto Centrinio pašto. Pašto pavadinimas kilęs iš lotyniško žodžio „pos(i)ta“. Taip antikoje vadindavo stotis, kuriose keisdavo pavargusius arklius. Paštas – žmonių ir atskirų tautų bendravimo priemonė – praėjo ilgą vystymosi kelią. Antikos vergovinėse šalyse bėgikai perduodavo žinias, pernešdavo raštus. Senovės bėgikai buvo ištvermingi ir gerai pasirengę fiziškai: kai kurie iš jų per parą nubėgdavo iki 216 km.

4. *Apskaičiuokite senovės bėgiko greitį kilometrais per valandą ir metrais per minutę.*

Klaipėdos centrinio pašto ansamblį, sudarytą iš trijų pastatų, suprojektavo architektas H. Šrobė. Centrinio pastato pagrindiniame fasade ryškūs neogotikos stiliaus bruožai. Raudonų plytų mūrai, smailiaarkės frontonų angos ir nišos, laiptuoti frontonų trikampiai, keturlapiai puošybos elementai – visa tai perimta iš viduramžių gotikos. 1930 m. prie centrinio pastato buvo pradėtas statyti priestatas telegrafui. Jis stilistiškai suderintas su neogotiniais elementais. Vėliau, čia įsikūrus automatinei telefono stočiai, pašto bokštas liko be darbo ir

tapo apžvalgos bokštu. Šį bokštą paskutiniojo karo metu besitraukdama vokiečių kariuomenė išsprogdino, o vėliau restauratoriai jį atstatė. Prieš kelerius metus į bokštą įkelti 48 įvairaus dydžio ir svorio koncertiniai varpai, kuriuos pastatė vokiečių specialistai. Mažiausio varpo masė yra 16 kg, o didžiausio – 900 kg. Varpai nulieti iš medžiagos, kurios sudėtyje yra 80% bronzos ir 20% alavo.

5. *Apskaičiuokite bronzos ir alavo kiekį mažiausiame ir didžiausiame varpe. Kiek kartų mažiausias varpas yra lengvesnis už didžiausiąjį?*

• Netoli nuo pašto, toje pačioje Liepų gatvėje, patenkame į Laikrodžių muziejų, kuris įkurtas 1984 metais. Pastato fasadą puošia dvi skulptūros: vienos rankoje – inkaras, simbolizuojantis jūrų prekybą, kitos – dantratis, amatų ženklas. Muziejaus ekspozicija pasakoja laikrodžių konstrukcijų vystymosi istoriją. Čia surinkti senieji saulės, vandens, smėlio, taip pat mechaniniai, elektromagnetiniai, kvarciniai bei kvantiniai laikrodžiai.

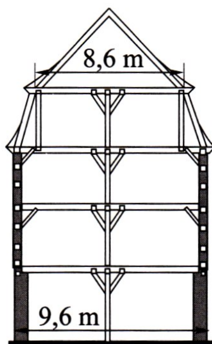


• Pasukime į Klaipėdos senamiestį, kuris gerai atspindi viduramžių miestams būdingas tradicijas, kai miesto teritorija būdavo padalijama nedideliais stačiakampiais kvartalais. Kartografas Johanas Lankanas iš Dancigo 1409 m. sudarė senamiesčio planą. Klaipėdos senamiesčio architektūrinis metraštis pradėtas XVI a., kai susiformavo Danės kairiajame krante esantys miesto kvartalai. Kvartalai, nors planuoti kaip taisyklingi stačiakampiai, buvo nevienodo dydžio, priklausė nuo miestiečių socialinės padėties, darbo specifikos. Amatininkai gyveno pagal specialybę atskirose gatvėse. Apie tai byloja ir išlikę iki šių dienų senieji gatvių pavadinimai: Kalvių, Kepėjų, Kurpių, Žvejų ir kt.

Klaipėdą palietė visi, išskyrus romantizmo, meno stiliai. Liko mieste ir trumpalaikių architektūros srovių pėdsakų.

Būdingas Klaipėdos architektūros bruožas – fachverkinė statyba. Tai toks statybos būdas, kai visą pastatą, jo perdangas ir stogą laiko medžio karkasas, užpildytas mūru. Tokie statiniai paplito tik Klaipėdos krašte, o kitose Lietuvos vietose yra labai reti. Daugiausia fachverkinių pastatų pastatyta XVIII a. antroje pusėje (tarp jų daugiaaukščių – net iki 20 m aukščio). Daug namų sudegė per 1854 m. gaisrą. Reikšmingiausias šio stiliaus statinys – XVIII a. sandėlis – daugiau kaip 15 metrų aukščio su mansardiniu stogu tebestovi Aukštojoje gatvėje Nr. 3.





XVIII a. daugiaaukščio sandėlio pjūvis.

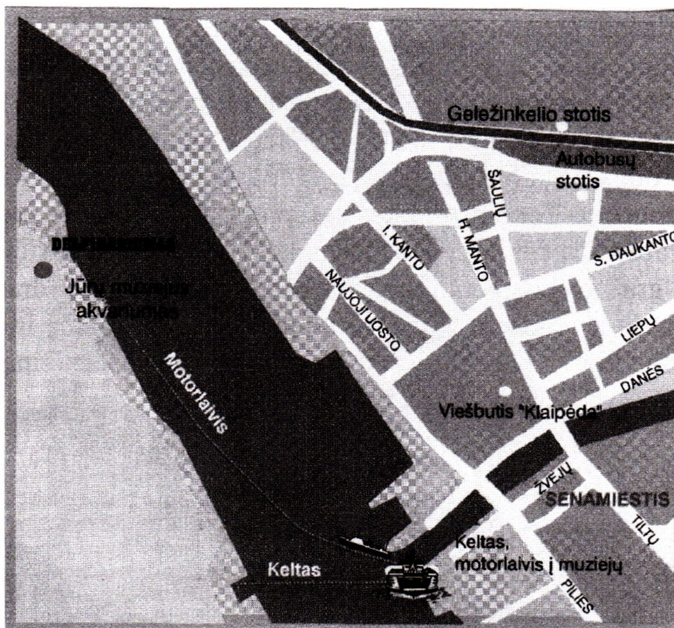
6. *Apskaičiuokite sandėlio Aukštojoje gatvėje sienos plotą, jei pastato aukštis yra 15 m, o kiekvieno aukšto ir palėpės aukštis vienodi.*

• Vienas žymiausių senamiesčio akcentų – Teatro aikštė. Ji formavosi XVII–XIX a., nykstant pilies gynybinių įrengimų sistemai. Kompoziciniu aikštės akcentu tapo teatro pastatas – reprezentacinė bei poilsio vieta. 1912 m. Teatro aikštėje buvo įrengtas fontanas, skirtas Klaipėdoje gimusio poeto, Karaliaučiaus universiteto profesoriaus Simono Dacho atminimui. Ant pjedestalo buvo iškelta realistinė bronzinė Toravos Anikės skulptūra, kuri pokario metais dingo be pėdsakų, o prabėgus penkiasdešimčiai metų, 1989 metų lapkričio 18 d., buvo atstatyta. Tai gražiausias paminklas, simbolizuojantis meilę, draugystę ir santarvę tarp lietuvių ir vokiečių, kurie šimtmečius gyveno šiame mieste ir sukūrė savitą Klaipėdos krašto kultūrą, išugdžiusią tikrą dvasios milžiną – Vydūną.



Miela Anike, tai tu man esi
Turtas brangiausias ir saulė šviesi.
Tavąją širdį kasdieną jaučiu
Meilės dainoj ir kai vienas kenčiu.
Širdys mūs amžiams sujungtos tebus,
Žiede laukų Toravos nuostabus.

Simonas Dachas (1605–1659)



• Nusilenkę žaviajai Anikei, skubame prie kelto. Laukia trumpa kelionė per marias, kurių kitoje pusėje – miesto poilsio zona Smiltynė.

7. *Keltas, kurio vidutinis greitis $2\frac{2}{3}$ m/s, kitą marių krantą pasiekia per 5 min. Apskaičiuokite marių plotį, jei keltas dar 300 m plaukia Danės upe.*

• Jei, persikėlę keltu, eisime tiesiai per mišką, atsidursime prie tyvuliuojančios Baltijos, jos puikių kopų ir paplūdimių. Baltijos jūra priklauso mažųjų jūrų grupei. Jos ilgis siekia apie 1260 km, o plotis – maždaug 650 km. Baltijos jūros plotas daugiau kaip 6 kartus didesnis už Lietuvos plotą ir sudaro 386 000 km^2. Baltija yra Atlanto vandenyno dalis, tačiau sudaro vos 1/82 jo bendro ploto, arba 1/900 Pasaulio vandenyno ploto.

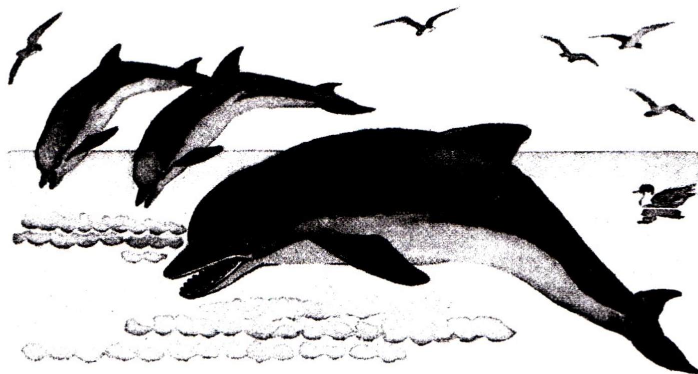
8. *Apskaičiuokite Atlanto vandenyno ir Pasaulio vandenyno plotus. Gautus duomenis parašykite standartine išraiška.*

Baltijos jūros vidutinis gylis – 86 m. Vyrauja gilumos iki 120 m. Sekliausia yra pietinė ir šiaurinė Baltijos dalys. Giliausia vieta – Landsorto gelmė, kurios gylis 459 m. Jūros vandens tūris apie 33 000 km^3. Į Baltiją įteka daugiau kaip 250 upių, surenkančių vandenį iš didžiulės teritorijos. Kadangi Danijos sąsiauriai, kuriais Baltija jungiasi su Atlanto vandenynu, nėra platūs ir gilūs, o upės kasmet prineša daugybę gėlo vandens, Baltijos jūros vanduo ne toks sūrus, kaip atvirame vandenyne. Jis siekia apie 7‰ druskingumo.

• Jei, persikėlę keltu, pasuksime į dešinę ir iš lėto eisime pėstute ar važiuosime karieta gražia krantine, pateksime į išskirtinio dėmesio sulaukiantį ypatingą pajūrio objektą – Klaipėdos jūrų muziejų–akvariumą. Jis įsikūrė restauruotoje XVIII a. tvirtovėje, kuri, nors ir statyta pagal paskutinį karo meto technikos žodį, tikrosios savo paskirties – ginti Prūsijos karalystę nuo jūra atplaukiančių priešų – neatliko. Tarp kopų iškilęs dviaukštis raudonų plytų redutas, uždaros galerijos, rūsiai, kiti įtvirtinimai, apjuosti giliu vandens grioviu, buvo apleisti arba pritaikyti kitai paskirčiai. 1979 m. liepos 28 d. Kopgalio tvirtovė plačiai atvėrė vartus lankytojams. Muziejaus lankytojus (o jų nuo atidarymo dienos apsilankė per 7 mln.) žavi viskas: nuostabi Smiltynės gamta, savita restauruotos tvirtovės architektūra ir, žinoma, gyvieji eksponatai – delfinai, pingvinai, ruoniai, žuvys iš visų pasaulio vandenynų. 1998 metais muziejuje gyveno 21 pingvinas. Tai puikūs plaukikai ir nardytojai. Tankiai modami sparnais, jie po vandeniu pasiekia 36 km/h greitį. Kanale įsikūrę 12 pilkųjų Baltijos ruonių, kurie užauga iki 3 m ilgio ir 300 kg svorio. Šie gyvūnai po vandeniu pasiekia 18 km/h greitį ir gali išbūti nekvėpavę iki 10 min. Netoli jų – 19 šiaurinių jūrų liūtų. Muziejaus viduje įrengti trijų tipų akvariumai, kurių mažiausi yra 1000 ℓ, o didžiausi – iki 10 000 ℓ talpos. Akvariumuose yra gana sudėtinga techninė įranga, vandens filtravimo sistema. Centriniame akvariume per valandą išfiltruojama daugiau kaip tona vandens. Akvariumai pripildyti Baltijos jūros vandens. Gėlavandenės žuvys – lynai, karpiai, karosai – pakenčia nedidelį druskingumą.

Muziejaus puošmena – išmintingieji delfinai, kuriuos galime pamatyti delfinariume. Jis atidarytas 1994 metais ir yra vienintelis rytinėje Baltijos pakrantėje. Delfinariume yra trys baseinai. Didžiausias baseinas – arena (1300 m^3 ir 5 m gylio), kurioje vyksta pasirodymai. Delfinai ilsisi 340 m^3 talpos ir 4 m gylio baseine, o susirgusiems ir vaikus vedančioms patelėms įrengtas karantino baseinas. Vanduo baseinuose yra 18‰ druskingumo, jo temperatūra apie 18–20°. Vasarą ir savaitgalių vakarais delfinariume rengiamos nuotaikingos vandens šventės.

9. *Apskaičiuokite druskos kiekį arenoje ir poilsio baseine.*





• Klaipėda – vienas iš Pabaltijo uostų, kuris neužšąla ištisus metus, todėl čia ir žiemą, ir vasarą daug laivų, atplaukusių iš įvairių pasaulio uostų. 1969 metais įkurta Lietuvos jūrų laivininkystė, 1987 metais pradėjo veikti tarptautinė keltų perkėla. Klaipėdos–Kylio maršrutu sėkmingai plaukioja trys keltai: „Kaunas", „Vilnius" ir vieną kartą per savaitę keltas „Palanga".
Jau dešimt metų veikia krovinių pervežimo linija Klaipėda–Mukranas, kurią aptarnauja keltas „Klaipėda". Kelto ilgis yra 193,9 m, plotis – 28 m, aukštis – 46,8 m. Vienu reisu jis gali pervežti apie 105 vagonus, apie 80 automobilių vilkikų. Jūros vartus keltai pasiekia kanalu, kuris yra 4,75 jūros mylios ilgio. Didžiausias kanalo gylis – 11,8 m, didžiausias plotis – 0,2 mylios.

10. *Žinodami, kad 1 jūros mylia* $\approx$ 1852 *m, paverskite duotus duomenis metrais ir apskaičiuokite kanalo vandens talpą (laikykite, kad kanalo skerspjūvis – stačiakampis).*

11. *Kiek vagonų ir automobilių vilkikų per metus perveža keltas „Klaipėda", jei per savaitę jis padaro du reisus į Mukraną ir atgal?*

Skyrelių „Pasitikrinkite“ uždavinių atsakymai

6

1. a) 120°; b) 60°; c) 60°.

2. a) 100°; b) 70°; c) 140°.

3. a) 105° ir 105°; b) 70° ir 110°; c) 50° ir 130°.

4. a) Keturi kampai po 47° ir keturi kampai po 133°;
b) keturi kampai po 40° ir keturi kampai po 140°.

5. 125°.

6. $\angle 1 = 40^\circ$, $\angle 2 = 120^\circ$, $\angle 3 = 60^\circ$.

7. a) $AB \parallel CD$, nes $\triangle ABE = \triangle DCE$ (pagal dvi kraštines ir kampą tarp jų). Tada $\angle BAD = \angle ADC$, o tai yra vidaus priešiniai kampai, susidarę tieses AB ir CD kertant tiese AD;
b) $AB \parallel CD$, nes $\angle AEB = \angle CED$ (kryžminiai kampai). $\angle AEB = \angle BAE$ (lygiašonio trikampio ABE kampai prie pagrindo). $\angle CED = \angle CDE$ (lygiašonio trikampio DCE kampai prie pagrindo). Vadinasi, $\angle BAD = \angle CDA$, o tai yra vidaus priešiniai kampai, susidarę tieses AB ir CD kertant tiese AD.

8. a) $a \parallel b$, nes vidaus vienašalių kampų suma lygi 180°;
b) $c \nparallel d$, nes vidaus vienašalių kampų suma nelygi 180°; c) 80°.

9. 45°, 45°, 90°. **10.** 2 cm. **11.** a) $\frac{1}{2}$; b) -132.

12. a) 25 km; b) 0,5 h; c) 5 km; d) 30 km/h; e) nuo 15 km iki 25 km.

13. Valties savasis greitis 23,5 km/h, upės tėkmės greitis 3,5 km/h.

14. a) $x = 12$; b) $x = -1$. **15.** 8. **16.** C.

17. a) $3x + 18$; $-3{,}5$; b) $1 - 3x$; 22,5.

18. $P = 36 + 6\pi$ (ilgio vienetų); $S = 108 - 9\pi$ (ploto vienetų).

19. a) Fasavimo metu leidžiama 1,5% paklaida;
b) mažiausia gali būti 985 g, o daugiausia 1015 g.

7

1. a) $\angle BDC = 60°$, $\angle BDA = 30°$, $\angle CAD = 30°$, $\angle AOD = 120°$, $\angle ABC = 90°$; b) $BO = 2{,}3$ cm; $BD = 4{,}6$ cm; $CD = 2{,}1$ cm.

2. $AD = 4$ cm, $AC = 2\sqrt{8}$ cm, $BO = \sqrt{8}$ cm, $BD = 2\sqrt{8}$ cm, $\angle ACD = 45°$, $\angle AOB = 90°$.

3. a) 60°, 120°, 60°, 120°; b) 123°, 57°, 123°, 57°; c) 144°, 36°, 144°, 36°.

4. a) 64°, 116°, 64°, 116°; b) 70°, 110°, 70°, 110°; c) 30°, 150°, 30°, 150°; d) 65°, 115°, 65°, 115°.

5. 4 cm, 8 cm, 4 cm, 8 cm.

6. 100 cm, 120 cm, 100 cm, 120 cm.

7. 13 cm; 17 cm.

8. $MN = 6$ cm.

9. a) $x = 1$, $y = 4$; b) 26 (ilgio vienetai).

10. a) 30°, 150°, 30°, 150°; b) 58°, 122°, 58°, 122°; c) 70°, 110°, 70°, 110°.

11. 28 cm.

12. a) 90°, 90°, 56°; b) 106°, 132°, 48°; c) 68°, 112°, 112°, 68°.

13. 14 cm, 8 cm.

14. Skaičiaus 48 dalikliai: 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 48; skaičiaus 60 dalikliai: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60.

15. a) $-\frac{4}{5} > -\frac{5}{6}$; b) $-\frac{5}{8} < -\frac{5}{9}$.

16. a) Labiausiai mokiniai domisi krepšiniu – 32%; b) **C**.

17. Motorlaivis.

18. a) $-\frac{9}{25}$; b) 0,15.

19. 12 cm, 9 cm, 12 cm, 9 cm.

20. **E**.

21. a) $2\frac{5}{6}$; b) $3\frac{1}{6}$; c) -12; d) 12.

22. $P = 24 + 8\pi$ m; $S = 1{,}6 - 0{,}32\pi$ a.

23. 243 000 cal.

8

1. a) 10 (ploto vienetų); b) $a = 16$ (ilgio vienetų), $h = 12$ (ilgio vienetų).

2. $S_{DBC} = 8$ (ploto vienetai), $S_{ABD} = 31{,}5$ (ploto vienetų),
$S_{ABC} = 18$ (ploto vienetų), $S_{ACD} = 21{,}5$ (ploto vienetų).

3. a) $28\,\text{cm}^2$; b) $21\,\text{cm}^2$; c) $S_1 = 31\,\text{cm}^2$, $S_2 = 31\,\text{cm}^2$, $S_3 = 62\,\text{cm}^2$.

4. a) Du kartus; b) pirmojo trikampio plotas 3 kartus mažesnis už antrojo trikampio plotą.

5. a) 3 (ilgio vienetai); b) 72 cm.

6. a) Trikampio aukštinė yra du kartus ilgesnė už lygiagretainio aukštinę; b) trikampio plotas yra 1,5 karto didesnis už lygiagretainio plotą.

7. $48\,\text{cm}^2$.

8. 28 (ploto vienetai).

9. a) 36 (ploto vienetai); b) $a = 25$ cm, $b = 15$ cm.

10. 8 dm.

11. a) $48\,\text{m}^2$; b) 9 cm, 15 cm.

12. a) $-\frac{2}{3}$; $-\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{6}$; b) $-\frac{1}{6}$; $-\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{2}$; $-\frac{2}{3}$.

13. a) E; b) C, E, G; c) E, G.

14. a) 270 km; b) 67,5 km/h.

15. a) $x = -\frac{1}{2}$; b) $x = -10$.

16. 15 cm, 5 cm.

17. **F**.

18. a) $-8\frac{3}{4}$; b) $12\frac{1}{4}$.

19. a) 6 min; b) 108 s.

10

1.

a)	0,4	$\frac{2}{5}$	40	400
b)	0,12	$\frac{3}{25}$	12	120
c)	3,6	$3\frac{3}{5}$	360	3600
d)	0,004	$\frac{1}{250}$	0,4	4

2. a) 15,625%; b) 950 ℓ; c) 84; d) 640%; e) $\frac{3}{5}$.

3. a) 80%; b) 150.

4. a) 50 ha; b) $47\frac{1}{17}$%; c) 212,5%; d) 36%; e) $\frac{17}{25}$.

5. 5%.

6. 6,25%.

7. 4,8 g.

8. 6%.

9. 7500 Lt.

10. 1191,7 Lt.

11. 1013,25 Lt.

12. a) 895,62 Lt; b) 946,44 Lt.

13. a) 116,96; b) 290,46; c) 150; d) 125; e) 207; f) 448,5.

14. a) $\frac{2}{7}$; b) $\frac{5}{8}$.

15. a) Pavyzdžiui, $-\frac{5}{12}$, $-\frac{3}{8}$; b) pavyzdžiui, −0,021, −0,025.

16. a) Kai $x = -0{,}8$; b) kai $x = -\frac{1}{3}$.

17. 65 km.

18. 15 berniukų, 9 mergaitės.

19. **C**; **D**.

20. a) $10y + x$; b) $200 + 10x + y$.

21. a) $-3\frac{1}{3}$; b) $-4\frac{1}{9}$.

22. $R = 3$ cm.

23. a) 8 : 9; b) 4 : 5.

11

1. a) 3; b) 3; c) 5.

2. a) b, c; d, g; e, f; a, h; i, l; j, k; m, n;
b) A, I; B, H; C, G, E; J, L, N.

3. a) 2184 ℓ; b) 1,012 kg.

4. a) $V = 44\,\text{m}^3$, $S = 82\,\text{m}^2$;
b) $V = 1{,}44\,\text{dm}^3$, $S = 10{,}32\,\text{dm}^2$;
c) $V = 84\,\text{dm}^3$, $S = 857{,}6\,\text{dm}^2$.

5. 18 viršūnių; 11 sienų; 27 briaunos.

6. 10-kampė stačioji prizmė; 20.

7. Stačiąją trikampę prizmę.

8. Tūriai yra lygūs.

9. a) $S_{\text{pav}} = 168$ (ploto vienetai), $V = 120$ (tūrio vienetų);
b) $S_{\text{pav}} = 660$ (ploto vienetų), $V = 900$ (tūrio vienetų);
c) $S_{\text{pav}} = 290$ (ploto vienetų), $V = 100$ (tūrio vienetų).

10. a) $\frac{90}{162}$; b) $\frac{25}{45}$.

11. a) -999; b) 99.

12. a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{5}{12}$; c) $\frac{2}{3}$; d) $\frac{1}{3}$; e) 1 : 2.

13. a) -9; b) 2.

14. 35, 36, 37.

15. a) $7x + 20$; b) $7x + 50$.

16. a) $-2\frac{2}{3}$; b) $1\frac{1}{2}$.

17. $R = 2\,\text{cm}$.

18. 20%.

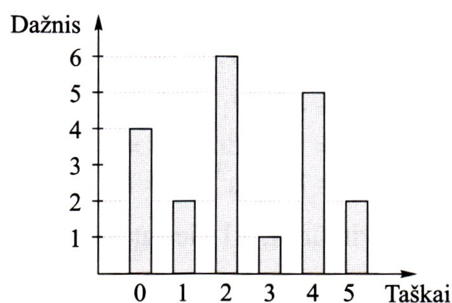
12

1. a) 26; b) Ilginis.

2. a)

Taškai	0	1	2	3	4	5
Dažnis	4	2	6	1	5	2

b)



c) Dažniausiai Gediminas pelnydavo 2 taškus, o rečiausiai – 3 taškus.

5. a) 28; b) $\approx 6{,}3$

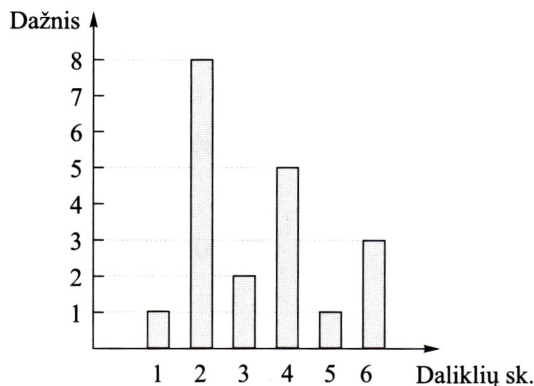
6.

Skaičius	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Daliklių skaičius	1	2	2	3	2	4	2	4	3	4	2	6	2	4	4	5	2	6	2	6

a) 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 6, 6.

Daliklių skaičius	1	2	3	4	5	6
Dažnis	1	8	2	5	1	3

b)



7. a) 80; b) $\approx 2{,}3$.

8. 1, 2, 6; 1, 3, 5; 2, 3, 4.

9. 2,6.

10. a) 29; b) septyniais.

11. a) Suma; b) vidurkis; c) sandauga; d) 11.

12. a) 135 kg; b) 43,5 kg.

13. a) 27; b) 9 kartus.

14. 12.

15. a) 12, 76, 120, 450; b) 12, 15, 27, 105, 120, 450; c) 15, 105, 120, 450; d) 12, 120, 450; e) 27, 450.

16. $-\frac{2}{3}$; $-\frac{5}{6}$; $-\frac{1}{6}$.

17. $A(0; -3)$, $B(2; 0)$, $C(-2; 3)$; 9 (ploto vienetai).

18. a) $\frac{1}{3}$; b) $-\frac{1}{16}$.

19. -35.

20. $-\frac{11}{30}x$; $-5{,}5$.

21. Per 6 h.

22. a) 3000 m ir 4000 m; b) 1200 ha.

23. a) $10 + 15\pi$ (cm); b) $37{,}5\pi$ (cm^2).

24. 120 km.



Pirmąjį vadovėlio leidimą
parėmė Atviros Lietuvos fondas


ISBN 9986–546–45–1
9 789986 546450